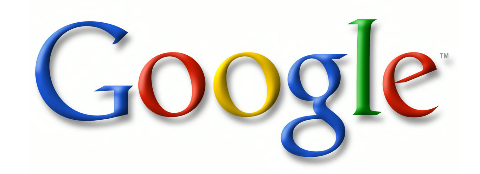
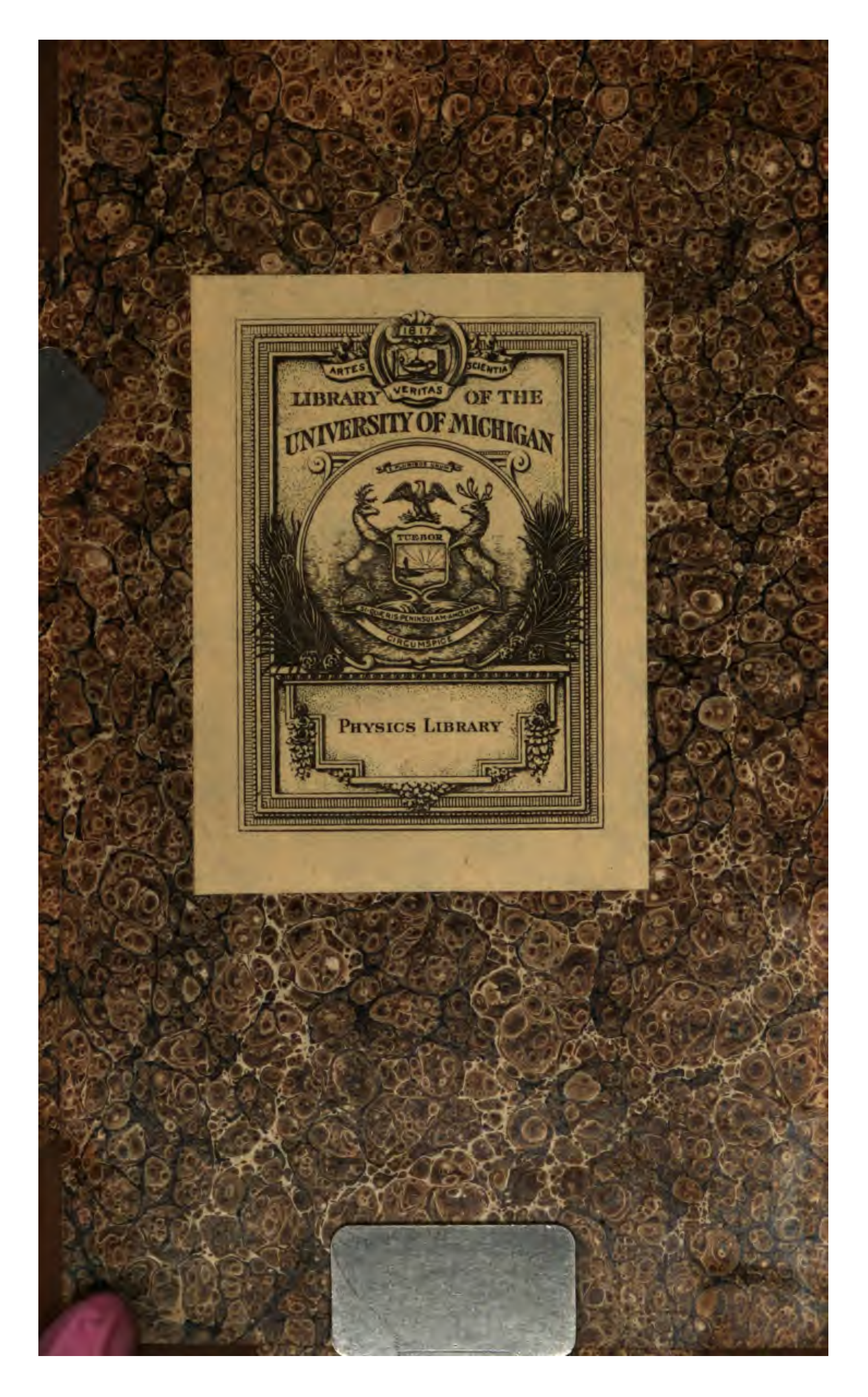






TRAITÉ

D'ACOUSTIQUE,

PAR E.-F.-F. CHLADNI,

Docteur en Philosophie et en Droit; Membre de la Société Royale d'Harlem, de la Société des Scrutateurs de la Nature de Berlin, de l'Académie des Sciences utiles d'Erfort, et de la Société départementale de Mayence; Correspondant de l'Académie Impériale de Saint-Pétersbourg, des Sociétés Royales de Göttingue et de Munich, de la Société Philomatique de Paris, et de la Société Batave de Rotterdam.

Avec huit Planches.

PARIS,

Chez COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57.

1809.

NAPOLÉON-LE-GRAND

A DAIGNÉ AGRÉER

LA DÉDICACE DE CET OUVRAGE,

APRÈS EN AVOIR VU

LES EXPÉRIENCES FONDAMENTALES.

PRÉFACE.

Pendant qu'on avançait plusieurs branches de la Physique, l'Acoustique restait toujours en arrière. Les vibrations sonores de la plupart des corps élastiques étaient tout-à-fait inconnues, et ordinairement on n'avait égard qu'aux vibrations transversales d'une corde, qu'on regardait comme la base de toute l'harmonie, et dont on voulait attribuer les lois à tous les autres corps sonores. Les résultats de beaucoup de savantes recherches que Daniel Bernoulli, Euler, Lagrange, Giordano Riccati et d'autres avaient faites sur plusieurs objets de l'Acoustique, n'étaient pas introduits dans la masse de connaissances qu'on exposait dans les traités de Physique. C'est ce qui m'avait déterminé à défricher ce vaste champ trop inculte, et à exposer d'après les recherches des principaux géomètres et physiciens, et d'après des expériences

nombreuses, les lois des vibrations et leurs modifications différentes dans toute espèce de corps sonores. Mon but était de donner les résultats de la théorie et des expériences, d'une manière assez claire et précise, pour qu'au moins la plus grande partie fût à la portée même de ceux qui n'ont que peu de connaissances en Physique et en Mathématiques. Ceux qui sont plus avancés, n'y perdront rien, parce qu'ils trouveront assez de données pour des recherches ultérieures, et parce que j'ai cité toujours les principaux ouvrages et mémoires qui pourront servir pour s'instruire davantage.

Parmi les expériences dont j'ai exposé ici les résultats, on n'en trouvera aucune que je n'aie faite, et que je ne puisse répéter. Je respecte trop la nature, pour vouloir lui attribuer quelque chose qui peut-être ne serait qu'un jeu d'imagination.

Tout ce qui est imprimé d'une justification plus étroite à la fin de quelques paragraphes, contient des notes ou des additions au texte du paragraphe, marquées de cette manière, pour que la connexion des matières soit moins interrompue.

En publiant ce Traité d'Acoustique, je me suis rendu au désir de plusieurs personnes, dont le suffrage et les bontés sont un motif très-puissant pour m'efforcer de les mériter davantage par des travaux utiles aux sciences. Il est surtout honorable pour moi, d'avoir été porté à ce dessein par l'illustre Auteur de la Mécanique céleste, aussi respectable par sa bienveillance et par son zèle pour encourager ceux qui s'occupent des sciences, que par tout ce qu'il a fait pour l'augmentation des connaissances humaines. Mon Ouvrage allemand ne pouvait pas être traduit dans une autre langue, sans quelques changemens convenables; un autre traducteur quelconque y aurait peut-être mêlé du sien, et m'aurait fait dire quelque chose que je n'ai pas dit; c'est pourquoi j'ai entrepris moi-même ce travail. Il faut donc excuser, si un étranger, qui n'est que depuis peu de tems, et pour la première fois en France, ne s'exprime pas toujours avec assez de pureté. Les amis qui ont eu la bonté de revoir mon Ouvrage, ont corrigé peu de fautes; je ne sais pas si les Aristarques seront aussi indulgens que les amis; cependant si

l'on veut être juste, on regardera plus les choses que les expressions.

On a souvent demandé, *par quel hasard* j'étais arrivé à faire quelques découvertes. Mais le hasard ne m'a jamais favorisé; pour obtenir des succès, il m'a fallu presque toujours employer une persévérance opiniâtre. Suivant le conseil de plusieurs personnes très-estimables, il faut que j'ajoute ici quelques traits concernant l'histoire de mes découvertes. Celles-ci étant la suite de circonstances individuelles, je crois que ces circonstances pourront aussi intéresser quelques lecteurs.

Mon père (premier professeur en Droit à Wittemberg en Saxe, un des jurisconsultes les plus estimés de son pays, à cause de son activité, son talent et sa probité) m'avait fait donner une bonne instruction, mais dans la maison paternelle, et ensuite dans l'école provinciale de Grimme: mon éducation me laissait trop peu de liberté; de-sorte que, si d'autres regardent leur jeunesse comme la période la plus heureuse de leur vie, je ne puis en dire autant de la mienne. Cette contrainte continuelle, qui

n'aurait pas été nécessaire, parce que je n'étais pas disposé à abuser de la liberté, a produit un effet tout contraire, en m'imprimant un penchant presqu'irrésistible à choisir moi-même mes occupations, à voyager, à lutter contre des circonstances contraires, etc. Étant retourné à Wittemberg, il fallut, suivant la volonté de mon père, m'appliquer à la Jurisprudence. Après l'avoir étudiée à Wittemberg et à Leipzig, et après avoir satisfait à ce qu'on exigeait, j'obtins à Leipzig le grade de docteur en Philosophie et en Droit. Le sort semblait m'avoir destiné pour rester toujours à Wittemberg, et pour y obtenir l'emploi de professeur en Droit. Mais après la mort de mon père, je quittai la Jurisprudence, parce qu'elle était trop peu conforme à mes penchans, et je m'appliquai principalement à l'étude de la nature, qui avait toujours été mon occupation secondaire, et cependant la plus chérie. Comme amateur de musique, dont j'avais commencé à apprendre les premiers élémens un peu tard, dans ma dix-neuvième année, je remarquai que la théorie du son était plus négligée que plu-

sieurs autres branches de la Physique, ce qui me fit naître le desir de suppléer à ce défaut, et d'être utile à cette partie de la Physique par quelques découvertes. En faisant (en 1785) beaucoup d'expériences très-imparfaites, j'avais observé qu'une plaque de verre ou de métal donnait des sons différens, lorsqu'elle était serrée et frappée dans des endroits différens; mais je ne trouvais nulle part des renseignemens sur la nature de ces manières de vibrer. Les Journaux avaient donné dans ce tems-là des notices sur un instrument de musique, fait en Italie par l'abbé *Mazzocchi*, et consistant en des cloches, auxquelles il appliquait un ou deux archets de violon; ce qui me fit concevoir l'idée de me servir d'un archet de violon, pour examiner les vibrations de différens corps sonores. Lorsque j'appliquais l'archet à une plaque ronde de cuivre jaune, fixée dans son milieu, elle rendait des sons différens, qui, comparés entr'eux, étaient égaux aux carrés de 2, 3, 4, 5, etc.; mais la nature des mouvemens auxquels ces sons correspondaient, et les moyens de produire chacun de ces mou-

vemens à volonté, m'étaient encore inconnus. Les expériences sur les figures électriques qui se forment sur une plaque de résine saupoudrée, découvertes et publiées par *Lichtenberg* (dans les Mémoires de la Société Royale de Göttingue), me firent présumer que les différens mouvemens vibratoires d'une plaque sonore devraient aussi offrir des apparences différentes, si l'on répandait sur la surface un peu de sable ou une autre matière semblable. En me servant de ce moyen, la première figure qui se présenta à mes yeux, sur la plaque ronde dont j'ai parlé, ressemblait à une étoile à 10 ou 12 rayons, à peu près comme la figure 102 *a* dans les planches, et le son très-aigu était, dans la série citée, celui qui convenait au carré du nombre des lignes diamétrales. Qu'on juge de mon étonnement, en voyant ce phénomène que personne n'avait encore vu. Après avoir réfléchi sur la nature de ces mouvemens, je ne trouvai pas difficile de varier et de multiplier les expériences, dont les résultats se suivirent assez rapidement. Mon premier Mémoire qui contient des recherches sur les vibra-

tions d'une plaque ronde, d'une plaque carrée, d'un anneau, d'une cloche, etc., a paru à Leipzig en 1787. Les résultats des recherches que j'ai faites depuis ce tems sur les vibrations longitudinales, et sur d'autres objets de l'Acoustique, se trouvent dans quelques Journaux allemands et dans les Mémoires de différentes Sociétés. Enfin, après avoir fait encore plus d'expériences, et après avoir consulté davantage les recherches que d'autres avaient faites, j'ai réuni les résultats, autant qu'il m'a été possible, dans mon Traité d'Acoustique qui a paru en allemand à Leipzig, dont celui-ci est une traduction, dans laquelle j'ai abrégé, changé et ajouté beaucoup, selon que cela m'a paru le plus convenable.

Ce fut *Lichtenberg*, aussi intéressant par ses idées ingénieuses que par ses travaux pour la Physique, qui donna une seconde fois l'impulsion à la marche de mes idées. Étant en 1792 à Göttingue, je lui demandai son opinion sur la nature des météores ignés qu'on appelle *bolides*, dont les phénomènes, comme la flamme, la fumée, l'explosion, etc. étaient très-peu conformes aux phéno-

mènes électriques, avec lesquels on les avait confondus. Il répondit que la meilleure manière d'expliquer ces phénomènes, serait d'attribuer à ces météores une origine plutôt *cosmique* que *tellurique*, c'est-à-dire, de supposer que c'était quelque chose d'étranger qui arrivait du dehors dans notre atmosphère, à peu près comme Senèque avait bien expliqué la nature des comètes, qu'on a pourtant regardées, pendant beaucoup de siècles, comme des météores atmosphériques, jusqu'à ce que Dörfel, pasteur saxon, eût montré que Sénèque avait raison. Frappé de cette assertion de Lichtenberg, j'ai consulté les Ouvrages et les Mémoires qui contenaient des relations de semblables météores et des pierres ou masses de fer qu'on avait vu tomber quelquefois à la suite d'un pareil météore, et enfin j'ai publié les résultats de mes recherches dans un Mémoire qui a paru à Leipzig en 1794, et dont une traduction française, faite par M. Eugène Coquebert-Mombret, se trouve dans le tome v du Journal des Mines. J'ai démontré dans ce Mémoire (avant la chute de pierres arrivée à Sienne le 14 juin 1794), 1°, que les

relations qu'on avait données de pierres ou de masses de fer tombées avec beaucoup de fracas à la suite d'un météore igné, n'étaient pas des fictions ou des illusions, mais des observations d'un phénomène réel; 2°, que ces masses et ces météores sont quelque chose d'étranger à notre globe, qui arrive du dehors. Au commencement on ne fut pas d'accord avec moi; quelques critiques d'Allemagne supposèrent même que je n'avais pas avancé cela sérieusement, mais dans l'intention un peu maligne, de voir quel parti les physiciens prendraient, et jusqu'à quel point la crédulité de quelques personnes pourrait aller. En France, M. Pictet fut le premier à appeler l'attention des physiciens sur ce que mon Mémoire contient (dans le tome XVI de la Bibliothèque britannique); mais on ne croyait pas même à la possibilité d'une chute de pierres, jusqu'à ce qu'en 1802 le Mémoire de Howard, et en 1803, la chute de pierres arrivée à Laigle, et constatée par M. Biot, prouvèrent que je ne m'étais pas livré à des écarts d'imagination; ce qui depuis ce tems s'est constaté davantage par les météores nombreux qu'on a observés, et par les recherches qu'on a

faites. J'ai publié dans le Bulletin de la Société philomatique d'avril 1809, un Catalogue des météores semblables qu'on a observés jusqu'à présent, auxquels on pourra en ajouter encore quelques autres qui se trouvent parmi ceux que Soldani a cités dans le tome IX des Mémoires de l'Academie de Sienne.

L'invention de l'*Euphone* et du *Clavicylindre* et leur exécution, dans des circonstances peu favorables, m'ont coûté encore beaucoup plus de tems, plus de travaux et plus de dépenses que mes recherches sur la nature du son, dont ces deux instrumens sont des applications pratiques. Ceux qui ont travaillé dans un genre semblable, comme, par exemple, ceux qui ont essayé de perfectionner l'Harmonica, sauront combien de difficultés imprévues on rencontre dans de pareils travaux. Trop souvent, lorsqu'on veut appliquer à la pratique des idées qui paraissent conformes à la théorie, la nature, consultée par des expériences et par des essais, désavoue nos conjectures, et nous oppose des obstacles insurmontables qu'on n'avait pas pu prévoir. Alors, après avoir travaillé en vain pendant

un long espace de tems, il faut quelquefois détruire tout ce qu'on a fait, et recommencer de nouveau. Mais le moindre succès fait oublier toutes ces épreuves de la patience.

L'*Euphone*, inventé en 1789 et achevé en 1790, consiste extérieurement, en de petits cylindres de verre qu'on frotte longitudinalement avec les doigts mouillés d'eau. Ces cylindres, de l'épaisseur d'une plume à écrire, sont tous égaux en longueur, et la différence des sons est produite par le mécanisme intérieur. Le son est plus ressemblant à celui de l'Harmonica qu'à celui d'aucun autre instrument. Dans quelques voyages que j'ai faits en Allemagne, à Pétersbourg et à Copenhague, cet instrument a obtenu beaucoup d'approbation. Celui que j'avais avec moi dernièrement, a été tout détruit dans le voyage par quelques accidens; mais la construction d'un autre, à laquelle je travaille maintenant, est presque terminée.

Le *Clavicylindre*, achevé au commencement de l'an 1800 et perfectionné depuis ce tems, contient un clavier, et derrière ce

clavier

clavier un cylindre de verre qui se tourne par le moyen d'une pédale et d'une roue plombée. Ce cylindre n'est pas lui-même le corps sonore, comme les cloches de l'Harmonica, mais il produit le son par son frottement sur le mécanisme intérieur. La qualité principale de cet instrument est de pouvoir *prolonger* les sons à volonté avec toutes les nuances du *crescendo* et du *diminuendo*, selon qu'on augmente ou diminue la pression sur les touches. L'instrument ne se désaccorde jamais. Les rapports de l'Institut de France et du Conservatoire Impérial de musique, qui ont jugé de cet instrument d'une manière très - favorable, me dispensent d'en parler plus au long.

Depuis quelque tems je me suis occupé de nouveau à faire des recherches et des expériences sur les différentes méthodes de construire un Euphone ou un Clavicylindre. Comme les méthodes possibles sont fort nombreuses, et qu'il est difficile de juger d'avance de la préférence due à l'une ou à l'autre, cet objet me donnera encore beaucoup d'occupation. Chaque invention étant la propriété de son auteur, je ne mérite

pas de reproche de ce que je n'en ai pas encore publié le mécanisme intérieur et la construction. Je n'ai pas encore perdu l'espérance qu'il viendra un tems où un dédommagement proportionné aux sacrifices que j'ai faits, me fera publier tout ce qui concerne la théorie et la construction de ces instrumens.

Le grand prix que j'attache à l'approbation de l'Institut de France, et le respect que je porte à la première des Sociétés savantes, dont les membres que j'ai le bonheur de connaître personnellement, m'honorent de leurs bontés, me déterminent à faire imprimer à la fin de cet Ouvrage le programme du prix qu'elle a proposé sur la théorie mathématique des plaques vibrantes et les rapports qu'elle a bien voulu faire de mes recherches et de leur application aux arts.

TABLE DES MATIÈRES.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

PREMIÈRE PARTIE,

Des Rapports numériques des vibrations.

PREMIÈRE SECTION.

Des Rapports primitifs.

SECONDE SECTION.

Vibrations des cordes.

A. *Vibrations transversales.*

B. *Vibrations longitudinales des cordes.*

TROISIÈME SECTION.

Vibrations d'une membrane tendue.

QUATRIÈME SECTION.

Vibrations de l'air dans les instrumens à vent.

SEPTIÈME SECTION.

Vibrations des plaques.

A. *Remarques générales.*

B. *Des Vibrations des plaques rectangulaires en général.*

C. *Vibrations d'une plaque carrée, et de quelques autres espèces de plaques rectangulaires.*

D. *Vibrations d'une plaque ronde.*

E. *Vibrations des plaques elliptiques.*

DIXIÈME SECTION.

De la coexistence des vibrations avec d'autres sortes de mouvement.

TROISIÈME PARTIE.

Des vibrations communiquées ou de la propagation du son.

PREMIÈRE SECTION.

De la propagation du son par l'air et par d'autres fluides aériformes.

QUATRIÈME PARTIE.

De la sensation du son ou de l'ouïe.

PREMIÈRE SECTION.

De l'ouïe humaine.

A. De la structure et des fonctions des organes de l'ouïe.

CORRECTIONS ET OBSERVATIONS.

Pages 10, § 6, lignes 6 et 7 : au lieu de : *par les nombres* 1, 2, 3, 4, 5, lisez : *par les nombres* 1, 2, 3, 4, 5, 6.

12, ligne 12 : au lieu de : *l'un de ces nombres*, on pourra lire : *le nombre qui était le plus petit.*

57, § 41, ligne 20 : au lieu de : *phœnomena* lisez : *phænomena.*

64, ligne 11 : au lieu de : *chaque diamètre* lisez : *chaque semi-diamètre.*

137, ligne 18 : au lieu de : *selon que la longueur*, lisez : *selon la longueur.*

160, le son de 6|3 est fa✱ 6.

172, ligne 2, au lieu de : *change ment*, lisez : *changement.*

192, § 134, ligne 3, après le mot : *égaux*, il faut mettre une virgule.

230, On m'a communiqué l'observation que les inégalités au côté extérieur du *Gongong* ou *Tamtam* paraissent être produites par des impressions du pouce qu'on a faites dans le moule. Quelques expériences ont montré que des morceaux d'un pareil instrument n'étaient pas malléables.

274, ligne 18, après les mots : *par un espace un peu moindre*, on pourra ajouter : *que l'air atmosphérique.*

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

1.

Chaque mouvement possible est ou progressif, ou rotatoire, ou vibratoire. Un mouvement vibratoire assez rapide et assez fort pour agir sur les organes de l'ouïe, est un *son.*

Si les vibrations d'un corps sonore sont appréciables, quant à leur vîtesse et au changement de figure, on les appelle *son distinct* ou *son* proprement dit, pour les distinguer du *bruit*, ou des vibrations inappréciables.

L'élasticité est la force mouvante pour le son. Un corps sonore peut être élastique, ou par *tension*, ou par *compression*, ou par *rigidité interne.* Pour apercevoir un son il faut qu'il existe une continuation de matière quelconque entre le corps sonore et les organes de l'ouïe. L'air est le conducteur ordinaire du son, mais toutes les matières liquides et solides propagent le son avec plus de vîtesse et de force que l'air. Il est donc tout-à-fait déplacé de donner dans des Traités de Physique, la théorie du son comme appartenant à la théorie de l'air; il faut plutôt qu'elle fasse partie de la théorie du mouvement et qu'elle soit annexée à la théorie des pendules.

2.

L'*Acoustique* est la théorie du son. Les objets de l'Acoustique sont :

1° les rapports numériques des vibrations,
2° les vibrations propres des corps sonores,
3° les vibrations communiquées ou la propagation du son,
4° la sensation du son, ou l'ouïe.

Le n° 1 forme la partie arithmétique, les n°s 2 et 3 la partie mécanique, et le n° 4, la partie physiologique de l'Acoustique.

PREMIÈRE PARTIE,

QUI CONCERNE LES RAPPORTS NUMÉRIQUES DES VIBRATIONS.

TRAITÉ D'ACOUSTIQUE.

PREMIÈRE PARTIE,

QUI CONCERNE LES RAPPORTS NUMÉRIQUES DES VIBRATIONS.

SECTION PREMIÈRE.

Des Rapports primitifs.

3.

Le mot *son* exprimera ici la vitesse des vibrations. Un *son aigu* diffère d'un *grave*, par le plus ou moins grand nombre de vibrations qui se fait dans le même espace de tems.

Le mot *son* a donc trois significations très-différentes ; il exprime, 1° tout ce qu'on peut entendre (en allemand, *Schall*) ; 2° des vibrations appré-

ciables (en allemand, *Klang*), l'opposé du bruit; 3° la vitesse des vibrations (en allemand, *Ton*). On ne se sert pas en français du mot *ton*, comme dans d'autres langues, pour exprimer la vitesse des vibrations dans chaque son. Ce mot a plutôt quelques autres significations; par exemple il exprime une seconde majeure. Il indique le mode, la hauteur à laquelle on exécute la musique, etc.

4.

Un *intervalle* est le rapport d'un son à un autre. On regarde ordinairement un son plus grave comme la base avec laquelle on compare un son plus aigu.

Une *mélodie* est une suite de sons.

Un *accord* est une coexistence de plusieurs sons.

L'*harmonie* est la suite d'accords, ou la coexistence de plusieurs mélodies.

La *musique* se sert des matériaux dont l'Acoustique fournit la théorie, pour exciter des sensations.

5.

Dans les sons les plus graves qui soient perceptibles à l'oreille humaine, le corps sonore fait au moins 30 vibrations par seconde; mais on peut encore apprécier des sons aigus, dans lesquels il se fait, en une seconde, jusqu'à 8000 ou 12000 vibrations. On ne s'éloignera pas beaucoup de la vérité, si, pour faciliter la comparaison du nombre absolu des vibrations aux nombres relatifs, on regarde chaque *ut* comme

une puissance de 2, en prenant l'ut fondamental pour l'unité. Il faudra donc attribuer à l'*ut* le plus grave du clavier ou du violoncelle, 128 vibrations (ou oscillations simples) par seconde, ce qui suffira pour trouver le nombre absolu des vibrations de chaque autre son, en multipliant les nombres relatifs (§§ 19 et 26) pour la première octave de la basse par 128, pour la deuxième par 256, pour la première du dessus par 512, etc.

Euler attribue au même *ut* (dans son *Tentam. nov. theor. mus., cap.* 1) 118, et (*in nov. Comment. acad. Petrop. tom.* 16.) 125 vibrations par seconde. *Marpurg* à Berlin a trouvé le même résultat. *Sarti* (*Nov. Act. Acad. Petrop.* 1796) a remarqué que le *la* de la troisième corde du violon faisait, à Pétersbourg, 436 doubles ou 872 simples vibrations, ce qui donne au même *ut* à peu près 131 vibrations par seconde. La hauteur à laquelle on accorde les instrumens, n'a pas été toujours la même dans différens pays et à différentes époques. Depuis le tems d'Euler et de Marpurg on a monté toujours un peu en tendant les instrumens, et à présent dans plusieurs orchestres on a surpassé déjà un peu les nombres des vibrations qui résulteraient des puissances de 2. Cependant on peut encore adopter pour terme moyen chaque *ut* comme une puissance quelconque de 2.

J'ai inventé une méthode très-simple, pour constater par le jugement des yeux et des oreilles, le

nombre de vibrations, qui convient à chaque son. Il faut pour cela un corps sonore d'une longueur suffisante pour voir et pour compter les vibrations qui se font dans un certain espace de tems, et que ce corps puisse être raccourci à volonté, pour comparer les sons et les longueurs des parties au nombre des vibrations qu'on a comptées, et à la longueur du corps entier. Je voulus me servir pour cet effet de cordes très-longues; mais cela ne réussit pas, parce qu'aux vibrations de la corde entière se mêlent les vibrations des parties aliquotes, comme aussi beaucoup de mouvemens circulaires et latéraux, ce qui empêche la justesse des observations. Il est donc préférable de se servir d'une lame de fer ou de laiton, à peu près d'une demi-ligne d'épaisseur et d'un demi-pouce de largeur et d'une longueur suffisante pour vibrer très-lentement. Il faut que l'épaisseur soit partout exactement la même; on pourrait aussi se servir d'un fil de métal, mais la largeur sert à empêcher les mouvemens latéraux. Les vîtesses des vibrations d'une telle lame sont en raison renversée des carrés des longueurs, quand les autres circonstances restent les mêmes. On fixe un bout de la lame dans un étau immobile, en la faisant saillir plus ou moins, jusqu'à ce qu'elle fasse, dans chaque seconde de tems, un certain nombre de vibrations visibles à l'œil, et que l'on peut comparer aux oscillations d'une pendule à secondes, qu'on entend, comme on fait dans les observa-

tions astronomiques. Quand on est un peu habitué, il n'est pas difficile de compter au moins jusqu'à 8 vibrations par seconde. Je propose de faire faire 4 vibrations par seconde, de marquer exactement la longueur de la saillie de la lame, et de la partager en 2, 4, 8 et autres nombres de parties. Si l'on fixe la lame dans l'étau, de manière que la moitié dépasse, elle fera 16 vibrations par seconde. Ces vibrations seront trop lentes pour être entendues, et trop rapides pour être comptées; mais on pourra entendre un son distinct, en faisant vibrer la lame en deux portions inégales, de manière à établir un nœud de vibration, à une distance du bout libre un peu moindre que la troisième partie de sa longueur. Ce son que j'appelle deuxième, parce qu'il répond à la deuxième figure de la lame (fig. 21), fera 100 vibrations par seconde, comme le son fixe de Sauveur. Il sera le sol*, à peu près d'une tierce majeure plus grave que l'*ut* le plus grave du clavier. Si l'on raccourcit encore la partie saillante hors de l'étau, de manière qu'elle soit égale au quart de la lame, elle fera 64 vibrations, qui feront entendre l'*ut*, plus grave d'une octave, que le premier du clavier. Le deuxième son, qui fait 400 vibrations, donnera le *sol**, plus aigu de deux octaves, que celui qui a fait 100 vibrations. Quelle que soit la manière dont on partage ainsi la lame, les résultats des expériences *bien faites* seront toujours conformes à la théorie. La meilleure ma-

nière de produire les sons, sera d'employer un archet de violon. Avant de faire des expériences, il faudra lire ce que je dirai sur les vibrations transversales d'une verge droite, au chap. 5 de la 2e partie.

6.

La plus ou moins grande simplicité des rapports numériques des vibrations est la seule base de l'harmonie. Un *intervalle* est *consonnant*, quand le rapport est très-simple; quand le rapport est moins simple, l'intervalle est *dissonant*. Les intervalles consonnans peuvent être exprimés par les nombre 1, 2, 3, 4, 5, ou par 1, 3, 5, et des doublemens quelconques de ces nombres; les dissonans résultent des combinaisons différentes des mêmes nombres. Un intervalle consonnant plaît par lui-même, un dissonant plaît seulement, quand il se rapporte et quand il passe à un autre plus simple.

L'oreille, sans compter les nombres mêmes, aperçoit l'effet des rapports et de la concurrence des vibrations simultanées lorsqu'elles reviennent ensemble. Elle fait pour le tems, ce que l'œil fait pour l'espace, lorsqu'il est affecté d'une manière agréable par des rapports justes des formes, sans mesurer et sans calculer les rapports mêmes. Leibnitz s'est très-bien exprimé sur cet objet (*Epist. ad diversos, tom. 1., epist.* 154) : *Musica est exercitium arithmeticæ occultum nescientis se numerare animi; multa enim facit in perceptionibus*

confusis seu insensibilibus, quæ distinctâ apperceptione notare nequit. Errant enim, qui nihil in animâ fieri putant, cujus ipsa non sit conscia. Anima igitur etsi se numerare non sentiat, sentit tamen hujus numerationis insensibilis effectum, seu voluptatem in consonantiis, molestiam in dissonantiis indè resultantem. Ex multis enim congruentiis insensibilibus oritur voluptas, etc. Descartes (*Tract. de homine*, p. 3., §. 36, et *Comp. mus.*) a proposé les mêmes principes.

Il n'est pas conforme à la nature, de vouloir, comme plusieurs auteurs, dériver toute l'harmonie des vibrations d'une corde, et surtout de la coexistence de quelques sons avec le son fondamental. Une corde n'est qu'une espèce de corps sonore. Dans beaucoup d'autres corps les lois générales des vibrations, qu'on n'avait pas connues, se modifient différemment; par conséquent on ne peut pas appliquer les lois d'un corps sonore à ce qui doit être commun à tous. Un monocorde ne peut pas servir pour établir les principes de l'harmonie; mais seulement pour se faire une idée de l'effet des rapports.

7.

Le rapport le plus simple 1 : 1, dans lequel deux mouvemens vibratoires se font en même tems, s'appelle l'*unisson*.

L'intervalle 1 : 2, où la vîtesse d'un mouvement vibratoire est double de l'autre, s'appelle l'*octave*. On

le nomme ainsi, parcequ'il est le huitième degré de l'échelle ordinaire, comme chaque autre intervalle tient son nom du degré de l'échelle sur lequel il se trouve. L'expérience montre, que deux sons, qui sont dans le rapport de 1 : 2, ont tant de ressemblance, qu'on peut regarder l'un comme la répétition de l'autre; d'où il suit,

1° Que la nature d'un intervalle ne change pas, si l'on prend un des sons qui le composent, une ou plusieurs octaves plus grave ou plus aigu; ce qui revient à prendre le double ou la moitié d'un de ces nombres; excepté dans le cas où l'un de ces nombres devient plus grand que l'autre; car alors il faut regarder cet intervalle comme un *renversement* du premier. Ainsi 2:3; 1:3; 1:6, sont le même intervalle; mais 3:4 ou 4:3 serait un renversement de cet intervalle;

2° Qu'on peut regarder tous les intervalles comme compris dans une octave, de sorte qu'on peut exprimer tout par des fractions contenues entre 1 et 2.

Les calculs des intervalles sont les mêmes que ceux des fractions.

8.

Tous les *intervalles consonnans*, qu'on peut exprimer par les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, ou par des doublemens de ces nombres, quand on les range entre 1 et 2, selon leur moindre ou plus grande distance de l'unité, seront

$$\frac{6}{5},\ \frac{5}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{8}{5},\ \frac{5}{3},$$

dont les trois derniers ne sont que des renversemens des trois premiers. De tous ces intervalles, celui de $\frac{3}{2}$, ou la *quinte*, est le plus simple que l'oreille aperçoit comme la consonnance la plus parfaite après l'octave. La *quarte* $\frac{4}{3}$ est un renversement de la quinte. Elle consonne en elle même; mais il faut à l'ordinaire, pour la pratique, la traiter comme dissonance, parce que les combinaisons exigent une résolution dans un autre intervalle. L'intervalle $\frac{5}{4}$ est la *tierce majeure*, et l'intervalle $\frac{6}{5}$ la *tierce mineure*; la *sixte mineure* $\frac{8}{5}$ et la *sixte majeure* $\frac{5}{3}$ en sont des renversemens. Ordinairement on appelle l'unisson, l'octave et la quinte des *consonnances parfaites*, les deux tierces et sixtes, des *consonnances imparfaites*.

9.

D'après ces six intervalles consonnans, on pourra juger très-facilement combien il y aura d'*accords* ou de combinaisons de plus de deux sons *consonnans*. Soit $1 = m$, $\frac{6}{5} = n$, $\frac{5}{4} = p$, $\frac{4}{3} = q$, $\frac{3}{2} = r$, $\frac{8}{5} = s$, $\frac{5}{3} = t$. Les combinaisons possibles seront:

mnp, mpq, mqr, mrs, mst.
mnq, mpr, mqs, mrt,
mnr, mps, mqt,
mns, mpt;
mnt,

Dans beaucoup de ces combinaisons les deux derniers intervalles ne consonnent pas entre eux.

Ils se rapportent en *mnp* comme $1 : \frac{25}{24}$, en *mnq* comme $1 : \frac{10}{9}$, en *mnt* comme $1 : \frac{25}{18}$, en *mpq* comme $1 : \frac{16}{15}$, en *mps* comme $1 : \frac{32}{25}$, en *mqr* comme $1 : \frac{9}{8}$, en *mrs* comme $1 : \frac{16}{15}$, en *mrt* comme $1 : \frac{10}{9}$, et en *mst* comme $1 : \frac{25}{24}$. Toutes ces combinaisons ne donnent donc pas un accord consonnant. Mais *mpr* ou $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ en fait un, parce que $\frac{5}{4}$ est à $\frac{3}{2}$ comme $1 : \frac{6}{5}$, et *mnt* ou $1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2}$ fait un autre, parce que $\frac{6}{5}$ est à $\frac{3}{2}$ comme $1 : \frac{5}{4}$. Les combinaisons *mns*, *mpt*, *mqt* et *mqs* se réduisent à ces deux accords, si l'on multiplie ou divise les nombres par 2, et si on les exprime par des nombres les plus petits. Il ne sera pas possible d'ajouter un quatrième intervalle consonnant à tous les autres; il n'y aura donc jamais un accord consonnant composé de plus de trois sons, excepté si l'on veut y ajouter l'octave d'un de ces trois sons. On appelle un tel accord comme $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$, ou $1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2}$ un *accord parfait*; le premier est l'*accord parfait majeur*, l'autre l'*accord parfait mineur*. Les combinaisons consonnantes $1 : \frac{5}{4} : \frac{5}{3}$ et $1 : \frac{6}{5} : \frac{8}{5}$ ou *l'accord de la sixte*; $1 : \frac{4}{3} : \frac{5}{3}$ et $1 : \frac{4}{3} : \frac{8}{5}$ ou *l'accord de la sixte quarte* sont des renversemens de l'accord parfait majeur et mineur.

L'expérience montre, que les deux accords parfaits font un effet différent. Le majeur est plus convenable pour l'expression de la joie. Il flatte l'oreille plus que le mineur. La cause de cet effet différent est la plus grande simplicité de l'accord majeur. En réduisant ces rapports à leurs moindres termes, les vibrations de l'accord parfait majeur seront comme

4:5:6; et celles du mineur, comme 10:12:15. Tous les deux sont composés d'une tierce majeure et mineure, qui font ensemble une quinte; la seule différence se trouve dans la position de ces tierces.

La manière dont j'ai montré ici la formation des accords parfaits, est, quant au fond, la même, dont s'est servi *Mercadier de Belesta* (Système de Musique, Paris 1776), qui a exposé plusieurs objets appartenans à la théorie numérique des sons, mieux que beaucoup d'autres.

10.

Un *accord dissonant* est celui qui contient un intervalle ou plus d'un intervalle dissonant. Le principal de ces accords est l'*accord de la septième*, dans lequel on ajoute une septième à l'accord parfait. Il est susceptible de trois renversemens, dans lesquels il faut toujours regarder le son qui d'origine est septième, comme la dissonance, dans telle position qu'il se trouve. Quelques autres dissonances résultent de la retardation ou de l'anticipation d'un son.

11.

L'accord parfait majeur pourra, à cause de sa simplicité, servir mieux que l'autre pour trouver l'*échelle* ordinaire des sons; c'est-à-dire, la série la plus agréable et la plus convenable des sons, par lesquels on peut

passer du son fondamental à l'octave, et d'un son à un autre, sans perdre la sensation du son fondamental. L'accord parfait du son fondamental, joint à son octave, exciteront la sensation la plus parfaite de ce son renforcé par les consonnances les plus convenables. Quand on regarde *ut* comme son fondamental, on aura :

$$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} : 2$$

ut, mi, sol, ut.

Mais ce n'est pas encore une échelle; parce que les distances sont trop grandes et trop inégales. Il faut donc ajouter les accords parfaits des sons, qui se rapprochent du son fondamental plus que les autres, comme la quinte $\frac{3}{2}$ et la quarte $\frac{4}{3}$. La quinte $\frac{3}{2}$ produit par son accord parfait les sons $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$, et $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$ ou $\frac{15}{8}$ = *si* et $\frac{9}{8}$ = *ré*. La quarte $\frac{3}{4}$ = *fa*, qui est insérée elle-même, produit sa tierce majeure $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$ ou $\frac{5}{3}$ = *la*; sa quinte est la même que l'octave du son fondamental. On aura donc l'échelle

$$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, 2.$$

ut, ré, mi, fa, sol, la, si, ut.

Cette échelle a sept degrés de différente grandeur; le degré du troisième au quatrième et celui du septième au huitième son étant à peu près la moitié des autres. On appelle les degrés les plus grands, *tons*, et les plus petits, *semitons*. Chaque intervalle tire sa dénomination du degré auquel il se trouve, de manière que la distance de *ut* à *ré* est une *seconde*,

de

de *ut* à *mi*, une *tierce*, de *ut* à *fa*, une *quarte*, de *ut* à *sol*, une *quinte*, de *ut* à *la*, une *sixte*, de *ut* à *si*, une *septième*, de *ut* à *ut*, une *octave*. Si l'on compare tous ces sons à l'octave plus aiguë, on aura des intervalles, qu'il faut regarder comme des renversemens des précédens, et qui n'en diffèrent pas beaucoup, quant à l'effet et à la manière de les traiter. Ainsi la distance de *ré* à *ut* sera une *septième*, celle de *mi* à *ut*, une *sixte*, de *fa à ut*, une *quinte*, de *sol* à *ut*, une quarte, de *la* à *ut*, une *tierce*, de *si* à *ut*, une *seconde*.

12.

Cette échelle nous fera connaître la plus grande partie des intervalles dissonans.

Le premier degré est au second, comme 1 à $\frac{9}{8}$, ou comme 8 : 9, et le second au troisième, comme $\frac{9}{8}$ à $\frac{5}{4}$, ou comme 9 : 10. On appelle ces deux intervalles, qui diffèrent de $\frac{81}{80}$, un *ton*, l'un un *ton majeur*, l'autre un *ton mineur*.

La tierce majeure 1 : $\frac{5}{4}$ ou 4 : 5 diffère de la tierce mineure $\frac{6}{5}$ de l'intervalle $\frac{25}{24}$, lequel est le plus petit intervalle dont on se sert pour la pratique. Si un intervalle est haussé ou baissé (*diésé* ou *bémolisé*) sur le même degré, la différence est toujours de $\frac{25}{24}$. Chaque différence plus petite est un *comma*. Le renversement du *semi-ton mineur* $\frac{25}{24}$ est l'*octave diminuée* $\frac{48}{25}$.

La différence entre le troisième son $\frac{5}{4}$ et le quatrième $\frac{4}{3}$ est $\frac{16}{15}$; on appelle cet intervalle un *semi-ton majeur*; il diffère du semi-ton mineur de $\frac{128}{125}$. Son renversement donne la *septième majeure* $\frac{15}{8}$.

Le quatrième son diffère du cinquième de $\frac{9}{8}$, ou d'un ton majeur; celui-ci diffère du sixième de $\frac{10}{9}$, ou d'un ton mineur; le sixième du septième de $\frac{9}{8}$ ou d'un ton majeur. La différence de la sixte majeure et mineure est comme celle des tierces, $\frac{25}{24}$. Le septième son diffère de l'octave, de $\frac{16}{15}$, ou d'un semi-ton majeur.

Les rapports de ces sons nous donnent encore quelques autres intervalles. Celui de *ré* à *fa*, ou $\frac{9}{8} : \frac{4}{3} = \frac{32}{27}$ est une tierce mineure, diminuée du comma $\frac{81}{80}$; celui de *fa* à *si*, ou $\frac{4}{3}$ à $\frac{15}{8}$ est une *quarte superflue* $\frac{45}{32}$, qu'on appelle aussi *triton*, parce qu'elle résulte de la combinaison de trois tons; son renversement donne la *quinte diminuée* $\frac{64}{45}$.

15.

Il y a donc des secondes, tierces, sixtes et septièmes majeures et mineures, mais il n'y a pas de telles quintes et quartes. Si une quinte ou quarte, comme aussi une seconde, tierce, sixte ou septième majeure est augmentée du semi-ton mineur $\frac{25}{24}$, on l'appelle *superflue*; si une quinte ou quarte, comme aussi une seconde, tierce, sixte ou septième mineure est baissée du même intervalle, on l'appelle *diminuée*.

Le renversement d'un intervalle majeur donne un mineur, celui d'un mineur donne un majeur; le renversement d'un intervalle diminué donne un superflu et le renversement d'un superflu, donne un diminué.

Les intervalles superflus et diminués dont on se sert pour la pratique, sont

La *seconde superflue* $\frac{9}{8} \times \frac{25}{24} = \frac{75}{64}$ ou $\frac{10}{9} \times \frac{25}{24} = \frac{125}{108}$, et le renversement, la *septième diminuée* $\frac{16}{9} \times \frac{24}{25} = \frac{128}{75}$, ou $\frac{9}{5} \times \frac{24}{25} = \frac{216}{125}$.

La *tierce diminuée* $\frac{6}{5} \times \frac{24}{25} = \frac{144}{125}$ et le renversement, la *sixte superflue* $\frac{5}{3} \times \frac{25}{24} = \frac{125}{72}$.

La *quarte diminuée* $\frac{4}{3} \times \frac{24}{25} = \frac{32}{25}$ et le renversement, la *quinte superflue* $\frac{3}{2} \times \frac{25}{24} = \frac{25}{16}$.

La *quarte superflue* $\frac{4}{3} \times \frac{25}{24} = \frac{25}{18}$ et le renversement, la *quinte diminuée* qu'on appelle aussi la *fausse quinte* $\frac{3}{2} \times \frac{24}{25} = \frac{36}{25}$.

Une *tierce superflue* $\frac{5}{4} \times \frac{25}{24} = \frac{125}{96}$, et le renversement, la *sixte diminuée* $\frac{8}{5} \times \frac{24}{25} = \frac{192}{125}$, ne sont pas en usage.

14.

L'échelle mentionnée § 11, comme aussi chaque autre échelle composée de tons et de semi-tons majeurs, s'appelle une *échelle diatonique*, et la progression d'un de ces sons à un autre contenu dans la même échelle, s'appelle une *progression diatonique*. Quelquefois on appelle aussi le semi-ton majeur $\frac{16}{15}$, comme le degré le plus petit d'une telle échelle, *semi-ton diatonique*. Si l'on augmente un des sons de l'échelle *ut, ré, mi, fa, sol, la, si* du semi-ton mineur $\frac{25}{24}$, on exprime cela par le signe *, qu'on appelle *dièse;* mais si l'on baisse un de ces sons du même intervalle $\frac{25}{24}$, on l'exprime par le signe ♭, qu'on appelle *bémol*. Le signe de restitution est le *bécarre* ♮. Une progression d'un son haussé ou baissé au son naturel de la même dénomination, ou

du son naturel au baissé ou haussé, par exemple de *ut* à *ut* *, ou de *mi* ♭ à *mi*, s'appelle *progression chromatique;* et quelquefois le semi-ton mineur $\frac{25}{24}$, par lequel cette progression se fait, se nomme *semi-ton chromatique.* Une progression d'un son haussé à son voisin baissé, ou d'un baissé à son voisin haussé, par exemple, de *ut** à *ré*♭ ou de *ré*♭ à *ut* *, s'appelle *progression enharmonique.*

L'origine des dénominations : *ut, ré, mi, fa, sol, la, si* est trop connue pour être répétée ici.

Dans d'autres pays les dénominations des sons sont différentes.

En *Italie*, on se sert des syllabes *ut, re, mi, fa, sol, la,* pour exprimer les degrés d'une échelle quelconque; au lieu de *si*, on chante alors *mi*, parce qu'on exprime la marche d'un semi-ton majeur par *mi* : *fa ;* on change alors ordinairement la syllabe précédente en *ré.* Quelques-uns ajoutent à présent la syllabe *si*, parce qu'il y a trop de difficultés inutiles à vouloir exprimer sept objets différens par six signes. Pour exprimer les sons mêmes, on se sert des lettres : C, D, E, F, G, A, B, auxquelles on ajoute les syllabes qui conviennent aux degrés des anciens hexacordes, dans lesquels ce son se trouve. Ainsi, par exemple, *ut* s'appelle *C sol fa ut; ré* s'appelle *D la sol ré*, etc., Pour les haussemens des sons on ajoute *diesis*, et pour les baissemens *bemolle.*

En *Allemagne*, on appelle les sons (à commencer de *ut*) : *c, d, e, f, g, a, h,* (qui est pronon-

cé ha). Pour exprimer les semi-tons diésés, on ajoute la terminaison *is*, en disant: *cis*, *dis*, *eis*, *fis*, *gis*, *ais*, *his*, et pour exprimer les semi-tons bémolisés, on ajoute la terminaison *es*, en disant: *ces*, *des*, *es*, *fes*, *ges*, *as*; mais pour exprimer *si*♭, on fait une exception, en l'appelant *b*. On se conformerait davantage à l'analogie des autres dénominations, si, comme quelques-uns ont proposé, on voulait exprimer le *si* par *b*, le *si** par *bis*, et le *si*♭ par *bes*. On voit que les dénominations italiennes sont les plus prolixes, et les Allemandes les plus précises.

Les *Anglais* et les *Hollandais* appellent les sons: *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *a*, *b*. Pour exprimer les semitons diésés, les Anglais ajoutent *sharp*, et les Hollandais *kruis*, et pour exprimer les semi-tons bémolisés, les Anglais ajoutent *flat* et les Hollandais *mol*.

15.

Tous ces intervalles diésés et bémolisés sont nécessaires, parceque, pour éviter la monotonie, il faut qu'on puisse regarder chaque son comme son fondamental, et lui assigner son échelle juste: or la série des sons: *ut*, *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, ne contient pas tous les degrés de ces échelles. Quand on regarde, par exemple, le son *sol* comme fondamental, le sixième degré au septième (*mi* à *fa*) ne sera qu'un semi-ton, il faut donc, pour qu'il soit un ton, qu'on se serve de *fa** au lieu de *fa*. De même, pour le son fondamental *ré*, il faudra changer *fa* en *fa**,

et *ut* en *ut*#. Pour d'autres sons fondamentaux il faudra bémoliser quelques sons; par exemple, pour avoir l'échelle juste de *fa*, il faudra changer *si* en *si*♭, et pour avoir l'échelle de ce *si*♭, il faudra aussi changer *mi* en *mi*♭. En procédant par quintes, il faudra toujours diéser un son de plus, et en procédant par quartes ou quintes renversées, il faut que toujours un son de plus soit bémolisé. On aura donc les échelles diatoniques suivantes :

ut, ré, mi, fa, sol, la, si, ut.

sol,	*la,*	*si,*	*ut,*	*ré,*	*mi,*	*fa**,	*sol.*	*fa,*	*sol,*	*la,*	*si*♭,	*ut,*	*ré,*	*mi,*	*fa.*
ré,	*mi,*	*fa**,	*sol,*	*la,*	*si,*	*ut**,	*ré.*	*si*♭,	*ut,*	*ré,*	*mi*♭,	*fa,*	*sol,*	*la,*	*si.*
la,	*si,*	*ut**,	*ré,*	*mi,*	*fa**,	*sol**,	*la.*	*mi*♭,	*fa,*	*sol,*	*la*♭,	*si*♭,	*ut,*	*ré,*	*mi*♭.
mi,	*fa**,	*sol**,	*la,*	*si,*	*ut**,	*ré**,	*mi.*	*la*♭,	*si*♭,	*ut,*	*ré*♭,	*mi*♭,	*fa,*	*sol,*	*la*♭.
si,	*ut**,	*ré**,	*mi,*	*fa**,	*sol**,	*la**,	*si.*	*ré*♭,	*mi*♭,	*fa,*	*sol*♭,	*la*♭,	*si*♭,	*ut,*	*ré*♭.
*fa**,	*sol**,	*la**,	*si,*	*ut**,	*ré**,	*mi**,	*fa**.	*sol*♭,	*la*♭,	*si*♭,	*ut*♭,	*ré*♭,	*mi*♭,	*fa,*	*sol*♭.
*ut**,	*ré**,	*mi**,	*fa**,	*sol**,	*la**,	*si**,	*ut**.	*ut*♭,	*ré*♭,	*mi*♭,	*fa*♭,	*sol*♭,	*la*♭,	*si*♭,	*ut*♭.

Ces changemens des sons dans toutes les échelles possibles, pourront être exprimés par la progression arithmétique

$$n^{*} \ldots\ldots 3^{*},\ 2^{*},\ 1^{*},\ 0,\ 1^{\flat},\ 2^{\flat},\ 3^{\flat} \ldots\ldots n^{\flat}.$$

Quand on veut regarder quelques autres sons, par exemple sol* ou fa♭ comme fondamentaux, il faut diéser ou bémoliser quelques sons deux fois. Quand cela devient nécessaire, on exprime la double dièse par le signe +, et le double bémol par un ♭ plus grand ou par ♭♭.

On appelle la série primitive des sons, *ut, ré, mi, mi, fa, sol, la, si,* la *gamme*, et un son fondamental avec les sons qui en dépendent, un *mode.* Si le son fondamental a la tierce majeure, comme dans les séries mentionnées, il forme une *mode majeur;* s'il a la tierce mineure, il forme un *mode mineur.*

16.

Pour former l'*échelle du mode mineur*, il faut donner les accords parfaits mineurs au son fondamental et aux sons qui s'y rapprochent plus que les autres, comme la quinte et la quarte. Si l'on regarde *la* comme son fondamental, l'accord parfait mineur de ce son: *la, ut, mi,* celui de la quinte : *mi, sol, si,* et celui de la quarte : *ré, fa, la* donneront l'échelle

la, si, ut, ré, mi, fa, sol, la.

Mais l'oreille exige, qu'en montant, le degré du

septième au huitième son ne soit qu'un semi-ton majeur, lequel est nommé *note sensible* (*subsemitonium modi*), parce qu'il détermine chaque mode majeur ou mineur. Il faudra donc, en montant, donner à la quinte *mi* la tierce majeure *sol**. Mais par ce changement le degré du sixième son *fa* au septième *sol** deviendrait trop grand; il est donc souvent nécessaire de se servir du *fa** au lieu de *fa*, et de regarder l'échelle du mode mineur en montant, comme *la*, *si*, *ut*, *ré*, *mi*, *fa**, *sol**, *la*. On regarde ces augmentations du sixième et du septième son comme accidentelles, et on les indique chaque fois que cette note se présente. En descendant l'échelle reste sans changement.

Chaque échelle d'un mode mineur contient les mêmes sons que le mode majeur de sa tierce mineure; ainsi, par exemple, l'échelle du mode mineur de

la est la même que celle du mode majeur de *ut*
mi .... *sol*
si .... *ré*
*fa** .... *la*
etc.

17.

Quand un mode contient plus ou moins de sons diésés ou bémolisés que l'autre, on dit qu'ils diffèrent de tant de *degrés*. Un mode majeur et mineur qui contiennent les mêmes sons, sont des *modes parallèles*. On appelle quelquefois le son fondamental la *tonique*, sa quinte la *dominante*, sa quarte, la *sous-dominante*, et sa tierce, la *mediante*.

18.

Les progressions les plus naturelles d'un accord à l'autre sont à celui de la quinte ou quarte, ou à un autre qui ne diffère que d'un degré. Quand on procède à des modes plus éloignés, on le fait ordinairement par des substitutions enharmoniques d'un son augmenté à son voisin diminué, ou d'un diminué à son voisin augmenté, où l'on force l'oreille à négliger le comma $\frac{128}{125}$, duquel diffère le semi-ton majeur $\frac{16}{15}$ du mineur $\frac{25}{24}$.

Je ne développerai pas davantage les passages d'un son à un autre, ou d'un accord à un autre accord, parce qu'il y a assez de bons Traités d'harmonie, qui serviront pour s'en instruire.

19.

Pour se faire une idée plus exacte de la grandeur de chaque intervalle, j'exposerai dans la Table suivante les nombres relatifs des vibrations et les longueurs correspondantes des cordes, en des fractions et en décimales, pour chaque intervalle réduit au son fondamental *ut*.

	Nombre des Vibrations.		Longueurs des Cordes.	
L'unisson, *ut*:*ut*	1	1	1	1
Le semi-ton mineur, *ut*:*ut**	$\frac{25}{24}$	1,0416 $\frac{2}{3}$	$\frac{24}{25}$	0,96
La seconde mineure ou le semi-ton majeur, *ut*:*ré*♭	$\frac{16}{15}$	1,066 $\frac{2}{3}$	$\frac{15}{16}$	0,9375
La seconde majeure, *ut*:*ré*. (le ton mineur)	$\frac{10}{9}$	1,1111 $\frac{1}{9}$	$\frac{9}{10}$	0,9
ou (Le ton majeur)	$\frac{9}{8}$	1,125	$\frac{8}{9}$	0,888 $\frac{1}{9}$
La tierce diminuée, *ut*:*mi*♭♭, (ou plutôt, *ut**:*mi*♭)	$\frac{144}{125}$	1,152	$\frac{125}{144}$	0,8680 $\frac{5}{9}$
La seconde superflue, *ut*:*ré**	$\frac{125}{108}$	1,1574 $\frac{2}{27}$	$\frac{108}{125}$	0,864
ou	$\frac{75}{64}$	1,1718 $\frac{3}{4}$	$\frac{64}{75}$	0,8533 $\frac{1}{3}$
La tierce mineure, *ut*:*mi*♭	$\frac{6}{5}$	1,2	$\frac{5}{6}$	0,8333 $\frac{1}{3}$
La tierce majeure, *ut*:*mi*	$\frac{5}{4}$	1,25	$\frac{4}{5}$	0,8
La quarte diminuée, *ut*:*fa*♭	$\frac{32}{25}$	1,28	$\frac{25}{32}$	0,78125
La quarte, *ut*:*fa*	$\frac{4}{3}$	1,3333 $\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	0,75
La quarte superflue, *ut*:*fa**	$\frac{25}{18}$	1,3888 $\frac{8}{9}$	$\frac{18}{25}$	0,72
La quinte diminuée, *ut*:*sol*♭	$\frac{36}{25}$	1,44	$\frac{25}{36}$	0,6944 $\frac{4}{9}$
La quinte, *ut*:*sol*	$\frac{3}{2}$	1,5	$\frac{2}{3}$	0,6666 $\frac{2}{3}$
La quinte superflue, *ut*:*sol**	$\frac{25}{16}$	1,5625	$\frac{16}{25}$	0,64
La sixte mineure, *ut*:*la*♭	$\frac{8}{5}$	1,6	$\frac{5}{8}$	0,625
La sixte majeure, *ut*:*la*	$\frac{5}{3}$	1,6666 $\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	0,6
La septième diminuée, *ut*:*si*♭♭, (ou *ut**:*si*♭)	$\frac{128}{75}$	1,7066 $\frac{2}{3}$	$\frac{75}{128}$	0,5859 $\frac{3}{8}$
ou	$\frac{216}{125}$	1,728	$\frac{125}{216}$	0,5787 $\frac{1}{27}$
La sixte superflue, *ut*:*la**	$\frac{125}{72}$	1,7361 $\frac{1}{9}$	$\frac{72}{125}$	0,576
La septième mineure, *ut*:*si*♭	$\frac{16}{9}$	1,7777 $\frac{7}{9}$	$\frac{9}{16}$	0,5625
ou	$\frac{9}{5}$	1,8	$\frac{5}{9}$	0,5555 $\frac{5}{9}$
La septième majeure, *ut*:*si*	$\frac{15}{8}$	1,875	$\frac{8}{15}$	0,5333 $\frac{1}{3}$
L'octave diminuée, *ut*:*ut*♭	$\frac{48}{25}$	1,92	$\frac{25}{48}$	0,5208 $\frac{1}{3}$
L'octave, *ut*:*ut*	2	2	$\frac{1}{2}$	0,5

Quelques personnes qui s'occupent de la pratique, ont reproché à la théorie, qu'elle donne un semi-ton mineur $\frac{25}{24}$, par exemple *ut* à *ut**, plus petit que le semi-ton majeur $\frac{16}{15}$, *ut* à *ré*♭, quoique le mineur fait quelquefois un meilleur effet, si on le prend un peu plus aigu. Cependant la théorie est juste, et la raison, pourquoi un semi-ton mineur supporte ou exige quelquefois un peu plus de hauteur, est, qu'ordinairement un son augmenté monte à son voisin plus aigu, et l'oreille aime à préparer et à anticiper un peu la tendance vers le son suivant.

20.

La série naturelle des nombres nous donne encore quelques intervalles qu'on n'a pas reçus dans le système ordinaire des sons, et qui cependant sont produits par quelques instrumens de musique, comme le cor et la trompette, où il faut se servir de tels sons pour d'autres dont ils s'approchent. Le son correspondant au nombre 7, dont l'effet est intermédiaire entre les consonnances et les dissonances, peut être produit sur ces instrumens, mais on ne s'en sert pas. Il serait inutile de le vouloir introduire, parce qu'on multiplierait trop le nombre des intervalles, qui pourraient à peine être distingués de ceux qui existent déjà. On peut cependant présumer que la cause, pour laquelle l'accord de la septième (*ut*, *mi*, *sol*, *si*♭) et celui de la sixte superflue (*ut*, *mi*, *sol*, *la**) ne sont pas aussi

désagréables à l'oreille, qu'on pourrait le croire d'après leurs nombres compliqués, tient à ce que l'oreille substitue à ces nombres les rapports 4:5:6:7, dans lesquels l'intervalle $\frac{7}{4}$ diffère de la septième $\frac{16}{9}$ du comma $\frac{64}{63}$, et de la sixte superflue $\frac{125}{72}$ du comma encore plus petit $\frac{126}{125}$. Dans les mêmes instrumens, le son correspondant au nombre 11, se substitue au *fa*, mais l'intervalle $\frac{11}{8}$ est plus aigu de $\frac{33}{32}$, que la quarte $\frac{4}{3}$ ou le vrai *fa*. Quelquefois on le hausse encore en employant plus de force, et alors il sert au lieu de *fa**. Le son qui convient au nombre 13, est employé pour le *la*, mais l'intervalle $\frac{13}{8}$ est plus grave de $\frac{40}{39}$ que la sixte majeure $\frac{5}{3}$. On ne se sert pas avec le cor et la trompette, des sons qui surpassent le nombre 16.

Si l'on veut continuer la série naturelle des nombres, même jusqu'à l'infini, on ne pourra jamais exprimer exactement certains intervalles, à compter du son fondamental; parce qu'il n'existe pas un nombre entier, auquel une puissance quelconque de 2 soit comme 3 à 4, ou comme 5 à 6. Cependant l'intervalle $\frac{19}{16}$ approche beaucoup de la tierce mineure $\frac{6}{5}$, n'étant plus petit que du comma $\frac{96}{95}$. Peut-être quand on se sert quelquefois de l'accord parfait mineur au lieu du majeur, ou du majeur au lieu du mineur, l'oreille est moins blessée, parce qu'elle substitue à la tierce mineure $\frac{6}{5}$ l'intervalle $\frac{19}{16}$, en entendant une variété de rapports comme 16:19:24 et 16:20:24.

J'ajouterai ces intervalles en décimales, pour les comparer à ceux dont les nombres se trouvent dans le § précédent.

Nombres des Vibrations.		Longueurs des Cordes.	
$\frac{7}{4}$	1,75	$\frac{4}{7}$	0,5714 $\frac{2}{7}$
$\frac{11}{8}$	1,375	$\frac{8}{11}$	0,7272 $\frac{8}{11}$
$\frac{13}{8}$	1,625	$\frac{8}{13}$	0,6153 $\frac{11}{13}$
$\frac{19}{16}$	1,1875	$\frac{16}{19}$	0,8157 $\frac{17}{19}$

SECTION II.

Des Rapports altérés ou du Tempérament.

21.

Pour juger des qualités et des effets des sons, il faut leur attribuer les rapports mentionnés ci-dessus, mais pour l'usage pratique, il est tout-à-fait impossible de s'en servir toujours dans ces rapports. Si l'on veut que chaque progression d'un son à l'autre soit juste, le rapport au son fondamental ou la hauteur absolue ne reste pas la même; mais en assignant à chaque son la valeur juste pour le son fondamental, ils ne sont pas justes entre eux. Un seul exemple d'une suite très-simple de six sons: *sol, ut, fa, ré, sol, ut,* sera suffisant pour le faire voir. En faisant procéder ces sons dans des rapports justes et en exprimant tous ces rapports par leurs moindres termes,

sol,		*ut,*		*fa,*		*ré,*		*sol,*		*ut,*
	(3:2),		(3:4),		(6:5),		(3:4),		(3:2),	
243	:	162	:	216	:	180	:	240	:	160,

le *sol* se montrera une fois comme 243, une autre fois comme 240, et l'*ut* une fois comme 162, et

une autre fois comme 160 ; on aura donc baissé du comma $\frac{81}{80}$. Si l'on veut répéter cette suite de sons, ou si l'on veut exécuter avec des rapports aussi exacts une mélodie quelconque plus longue, on s'égarera encore davantage. S'il y a plusieurs voix qui veulent continuer leur chant avec des intervalles justes, chacune s'égarera d'une autre manière et il n'y aura point d'harmonie. En voulant exercer la série précédente de sons dans des rapports exacts avec le son fondamental, on aura:

sol, *ut*, *fa*, *ré*, *sol*, *ut*.
$\frac{3}{2}$: 1 : $\frac{4}{3}$: $\frac{9}{8}$(ou $\frac{10}{9}$) : $\frac{3}{2}$: 1.

Ce procédé donnera aussi des rapports faux. Si l'on prend *ut* : *ré* comme 9 : 10, la quarte *ré* : *sol* ne sera pas 3 : 4 mais 20 : 27, trop petite du commá $\frac{81}{80}$. Mais si l'on prend *ut* : *ré* comme 8 : 9, la tierce mineure *fa* : *ré* ne sera pas 6:5, mais 32:27, trop petite du comma $\frac{81}{80}$. En essayant de la même manière une mélodie quelconque, où il y a d'autres sons que ceux qui appartiennent à l'accord parfait du son fondamental et à celui de sa quinte, on aura des faux résultats.

22.

Comme il n'est pas possible de se servir toujours des intervalles exacts, il faut au moins que chaque intervalle s'approche de l'exactitude parfaite, autant qu'il est possible, sans détériorer les autres. Les pe-

tites

tites altérations des sons, nécessaires pour cet effet, s'appellent le *tempérament*. Comme chaque intervalle exact, excepté l'octave, est un peu trop grand ou un peu trop petit pour l'usage pratique, ainsi chaque semi-ton mineur $\frac{25}{24}$ est un peu trop petit et chaque semi-ton majeur $\frac{16}{15}$ est un peu trop grand; il sera donc nécessaire d'exécuter les semi-tons, quelle que soit leur origine, comme un terme moyen entre le mineur $\frac{25}{24}$ et le majeur $\frac{16}{15}$; on aura donc les douze sons réels :

ut, $\frac{ut*}{ré♭}$, *ré*, $\frac{ré*}{mi♭}$, *mi*, *fa*, $\frac{fa*}{sol♭}$, *sol*, $\frac{sol*}{la♭}$, *la*, $\frac{la*}{si♭}$, *si*, *ut*,

qui composent le système des sons généralement adopté.

Quelques personnes sont disposées à croire que le tempérament n'existe que pour les instrumens à sons fixes; mais ce qui est dit dans le § 21, sera suffisant pour montrer que les mauvais résultats des rapports trop exacts sont fondés sur la nature des rapports mêmes. Chaque bon chanteur, chaque bon joueur d'un instrument quelconque tempère sans le savoir.

23.

Les intervalles les plus convenables pour déterminer les rapports des 12 degrés de cette échelle, seront

1° Les quintes et quartes, parce que leur rapport est le plus simple après l'octave, et parce qu'il faut, que 12 quintes ou quartes donnent l'octave du premier son;

2° Les tierces majeures;

3° Les tierces mineures, parce qu'il faut que trois tierces majeures ou quatre tierces mineures donnent l'octave du son fondamental.

Mais le *cycle de 12 quintes*, *ut*, *sol*, *ré*, *la*, *mi*, *si*, *fa**, *ut**, *sol**, *ré**, (ou *mi*$^\flat$), *si*$^\flat$, *fa*, *ut*, dans les rapports exacts de $\frac{3}{2}$, ou de $\frac{3}{4}$, pour avoir les sons dans la même octave, donne, au lieu de la vraie octave, 1:2, un intervalle = $2^{18}:3^{12}$, qui la surpasse du comma $\frac{531441}{524288}$, qu'on appelle *comma pythagorique*. Le produit de 12 quartes, ou $3^{12}:2^{19}$ donne une octave baissée du même comma.

Le *cycle de trois tierces majeures*, *ut*, *mi*, *sol**, *ut*, donne le produit $4^3:5^3$, qui en comparaison de la vraie octave est trop petit du comma $\frac{128}{125}$.

Le produit du *cycle de quatre tierces mineures*, *ut*, *mi*$^\flat$, *fa**, *la*, *ut*, ou $5^4:6^4$ est en comparaison de l'octave trop grand du comma $\frac{648}{625}$.

24.

Il sera donc indipensable de répartir d'une manière quelconque le comma *pythagorique* $\frac{531441}{524288}$ entre les 12 quintes, le comma $\frac{128}{125}$ entre les trois tierces majeures et celui de $\frac{648}{625}$ entre les 4 tierces mineures. Tous les auteurs sont d'accord quant à la nécessité de cette répartition, mais on diffère d'opi-

nion sur la meilleure manière de corriger les défauts des quintes et d'autres intervalles. Quelques-uns préfèrent un *tempérament égal*, d'autres un *tempérament inégal*.

25.

C'est une expérience incontestable, que, si l'on entend un intervalle qui diffère très-peu d'un autre exprimable par des nombres plus simples, on croit entendre le plus simple, et que cette illusion est d'autant plus parfaite, que la différence est moindre. Cette illusion est très-avantageuse pour nous, parce que (§ 21) sans cela il n'y aurait point de musique. Pour l'effet, c'est la même chose si l'intervalle qu'on entend peut être exprimé par des nombres rationnels ou non. Le but de chaque tempérament étant de répartir la différence de la manière la moins sensible, et l'état actuel de la musique exigeant de pouvoir se servir de chaque intervalle et de chaque mode sans blesser l'oreille; il suit, que le *tempérament égal* est le plus conforme à la nature, parce qu'à cause de la répartition égale de la différence sur tous les intervalles, excepté l'octave, l'inexactitude de chaque intervalle est trop petite pour agir sur les oreilles d'une manière désagréable. Tous les intervalles homogènes sont alors de la même grandeur, les douze semi-tons que l'octave contient, font une progression géométrique; chaque quinte est baissée de la douzième partie du comma pythagorique, chaque tierce majeure est haussée de

la troisième partie du comma $\frac{128}{125}$, et chaque tierce mineure est baissée de la quatrième partie du comma $\frac{648}{625}$. Aucun intervalle n'est détérioré par l'autre, parce que si un son est justement tempéré comme quinte, il a aussi le rapport juste comme tierce majeure et mineure.

26.

Le calcul pour le tempérament égal ou pour la progression géométrique des nombres entre 1 et 2, peut se faire de différentes manières. Une des plus simples est celle ci :

On partage l'octave *ut* : *ut* en deux intervalles égaux, en prenant une moyenne géométrique entre 1 et 2, ce qui donne la racine carrée de 2, ou 1,41421 pour le son *fa** ou *sol♭*.

On la partage aussi en 3 intervalles égaux, pour avoir les tierces majeures *ut* : *mi* : *sol** : *ut*. Les deux moyennes géométriques entre deux nombres, dont j'exprime l'un par p, et l'autre par q : sont $p : \sqrt[3]{p^2q} : \sqrt[3]{q^2p} : q$; or p étant ici $= 1$, et $q = 2$, la racine cubique de 2 ou 1, 25992.. donne le son *mi*, et celle de 4, ou 1,58740.. le son *sol** ou *la♭*.

Ces nombres suffiront pour trouver tous les autres, et pour cela on n'a qu'à prendre la racine carrée du produit de deux nombres entre lesquels on veut trouver un nouveau son. La racine carrée du produit

d'ut et fa* donnera le ré* = 1,18921
de fa* et ut............la = 1,68179
ut et mi...........ré = 1,12246
sol* et ut............si♭ = 1,78180
ut et ré............ut* = 1,05946
mi et fa*...........fa = 1,33484
fa* et sol*..........sol = 1,49831
si♭ et ut............si = 1,88775

On aura donc la série suivante de sons, auxquels j'ajoute les longueurs d'une corde.

Nombres des Vibrations.		Longueurs des Cordes.	
ut	= 1,00000	ut	= 1,00000
ut* ou ré♭	= 1,05946	ut* ou ré♭	= 94387
ré	= 1,12246	ré	= 89090
ré* ou mi♭	= 1,18921	ré* ou mi♭	= 84090
mi	= 1,25992	mi	= 79370
fa	= 1,33484	fa	= 74915
fa* ou sol♭	= 1,41421	fa* ou sol♭	= 70710
sol	= 1,49831	sol	= 66742
sol* ou la♭	= 1,58740	sol* ou la♭	= 62996
la	= 1,68179	la	= 59461
la* ou si♭	= 1,78180	la* ou si♭	= 56123
si	= 1,88775	si	= 52973
ut	= 2,00000	ut	= 50000

Une autre méthode qui pour l'essentiel est la même, et qui donne les mêmes résultats, consiste

à multiplier douze fois de suite l'unité avec la douzième racine de 2, ce qui se peut faire mieux par les logarithmes que par les nombres mêmes. On exprime cette progression géométrique par

ut : *ut** : *ré* : *re** : *mi* : *fa* : *fa** : *sol* : *sol** : *la* : *si*♭ : *si* : *ut*

$$1 : 2^{\frac{1}{12}} : 2^{\frac{2}{12}} : 2^{\frac{3}{12}} : 2^{\frac{4}{12}} : 2^{\frac{5}{12}} : 2^{\frac{6}{12}} : 2^{\frac{7}{12}} : 2^{\frac{8}{12}} : 2^{\frac{9}{12}} : 2^{\frac{10}{12}} : 2^{\frac{11}{12}} : 2,$$

ou par

$$1 : \sqrt[12]{2} : \sqrt[12]{2^2} : \sqrt[12]{2^3} : \sqrt[12]{2^4} : \sqrt[12]{2^5} : \sqrt[12]{2^6} : \sqrt[12]{2^7} : \sqrt[12]{2^8} : \sqrt[12]{2^9} : \sqrt[12]{2^{10}} : \sqrt[12]{2^{11}} : 2.$$

Ainsi chaque intervalle de notre système, excepté l'octave, ne pourra rigoureusement être exprimé que par des nombres irrationnels, qui représenteront toujours d'autres plus simples, dont ils ne diffèrent que d'une manière presqu'imperceptible à nos sens. C'est ainsi, que la quinte $\sqrt[12]{2^7}$ diffère de la vraie $\frac{3}{2}$ du comma $\frac{149831}{150000}$, et la tierce majeure $\sqrt[12]{2^4}$ de la vraie $\frac{5}{4}$ d'un peu moins que du comma $\frac{125}{126}$. Sitôt qu'on veut assigner à un intervalle plus d'exactitude, on gâte les autres.

27.

En accordant les instrumens, il suffira de baisser chaque quinte et de hausser chaque tierce majeure presqu'insensiblement. On aura alors toujours un meilleur tempérament, que si l'on exécute à dessein quelques intervalles avec plus d'exactitude que les autres, ou si l'on veut faire excéder quelques intervalles dans le sens opposé. L'oreille peut

encore supporter des quintes baissées d'un peu plus que la douzième partie du comma pythagorique; mais $\frac{2}{12}$ ou $\frac{2\frac{1}{2}}{12}$ du même comma seront la limite de quintes supportables.

28.

Comme il y a partout une seule vérité et une infinité d'erreurs, ainsi il n'y a qu'un seul tempérament égal, mais autant qu'on veut de *tempéramens inégaux*. Voilà les principes pour juger de leur valeur relative, ou, si l'on veut, de leurs défauts.

1° Plus il y a de quintes exactes et plus le tempérament est mauvais, parce qu'alors ce petit nombre de quintes, entre lesquelles on répartit le comma pythagorique, deviennent moins supportables.

2°. C'est le même cas, si le comma pythagorique est plus inégalement réparti.

3°. Les tempéramens les plus mauvais sont ceux où il y a des quintes haussées, parce qu'alors quelques autres quintes supporteront, outre le comma pythagorique, l'excès des quintes haussées.

Le tempérament de *Kirnberger* est un des plus mauvais, parce qu'il contient 9 quintes exactes, et le comma pythagorique est réparti très-inégalement sur 3 quintes. Il faut remarquer cela, parce que l'autorité de *Kirnberger*, d'ailleurs justement célèbre comme harmoniste, a fait, que plusieurs auteurs ont adopté des principes faux.

L. *Euler* (*Tentamen novæ theoriæ musicæ*; *Nov. Comment. Acad. Petrop. tom.* XVIII et *Mém. de l'Acad. de Berlin* 1764) exprime la série de 12 sons contenus dans l'octave par $2^m\ 3^3\ 5^2$, en multipliant tous les diviseurs de $3^3\ 5^2$ assez souvent par 2, pour les rédiger à la même octave. On aura donc la série des sons : *ut* = 384, *ut* * = 400, *ré* = 432, *ré* * = 450, *mi* = 480, *fa* = 512, *fa* * = 540, *sol* = 576, *sol* * = 600, *la* = 640, *si*♭ 675, *si* = 720, *ut* = 768. Cette série de sons approche plus de la vérité, qu'aucune autre exprimable par des nombres rationnels, mais pourtant elle n'est pas applicable à la pratique, parce que la quinte *si*♭ : *fa* est trop aiguë du comma $\frac{2048}{2025}$, ou de $\frac{10}{12}$ du comma pythagorique ; la somme des différences des quintes sera donc $\frac{21}{12}$ de ce comma, qui est répartie sur des quintes *ré*: *la*, et *fa* * *ut* *, abaissées de $\frac{81}{80}$; 4 tierces majeures *ut* * : *fa*, *ré* * : *sol*, *sol* * : *ut* et *si*♭ : *ré* sont trop aiguës du comma $\frac{128}{125}$ etc.

Il serait superflu d'examiner quelque chose d'aussi inutile et d'aussi désagréable que les tempéramens inégaux, proposés par plusieurs auteurs, où chacun prétend, que sa méthode de tempérer est préférable à toutes les autres.

Le meilleur ouvrage sur le tempérament, que je connais, et dont j'ai emprunté quelques idées, est *Marpurgs Versuch über die musicalische Temperatur* (c'est-à-dire *Essai sur le tempérament musical*). *Breslau*, 1776.

Appendice à la première partie de l'Acoustique.

29.

Il me faut des *signes pour les sons contenus dans différentes octaves*, parce que je donnerai dans la Partie suivante, des séries et des tables pour les sons que le même corps élastique peut produire dans ses différentes manières de vibration. Je regarderai donc comme la base, l'*ut* le plus grave du clavier ou du violoncelle, et j'exprimerai chaque son de cette première octave de la basse, en ajoutant le nombre 1, par exemple, *ut* 1, *ut** 1, *ré* 1, etc. Les sons de la deuxième octave de la basse seront exprimés en ajoutant le nombre 2, par exemple, *ut* 2, *ré* 2, *mi* 2, etc. Pour les sons de l'octave suivante, qui est la première du dessus, on ajoutera le nombre 3, pour la deuxième du dessus le nombre 4, et ainsi de suite. Quand il faudra faire mention d'un son plus grave que le premier *ut* du clavier ou du violoncelle, je l'exprimerai par une ligne mise sur la dénomination de ce son. J'exprimerai en ajoutant le signe — qu'un son est un peu plus grave, et en ajoutant le signe + qu'il est un peu plus aigu, que le son mentionné.

Autant que je sais, il n'existe pas de dénominations et de signes généralement reçus pour exprimer les sons contenus dans différentes octaves, excepté en allemand, où l'on exprime les sons plus graves que le premier *ut* du violoncelle;

par une ligne mise sous la dénomination; les sons contenus dans la première octave de la basse, à commencer de l'*ut*, par des lettres initiales; ceux de l'octave suivante par des lettres ordinaires; ceux de la première octave du dessus par une ligne mise en dessus; ceux de la deuxième octave du dessus par deux lignes, etc.

SECONDE PARTIE.

DES VIBRATIONS PROPRES DES CORPS SONORES.

SECONDE PARTIE.

DES VIBRATIONS PROPRES DES CORPS ÉLASTIQUES.

SECTION PREMIÈRE.

Remarques générales.

30.

La partie précédente concernait les vitesses des vibrations en général; mais ici il sera question de la nature des mouvemens vibratoires à l'égard des changemens de figure et des vitesses correspondantes à chaque espèce de mouvement d'un corps sonore quelconque.

L'élasticité étant la force mouvante pour les vibrations sonores, un corps sonore peut être *élastique* ou *par tension*, ou *par compression*, ou *par rigidité*.

Les corps flexibles, qui deviennent *élastiques par tension*, peuvent être ou *filiformes*, lorsque l'on peut exprimer le changement de figure par des lignes courbes, comme dans les *cordes*; ou *membraniformes*, où les changemens de figure ne peuvent

pas être exprimés par des lignes courbes, mais par des surfaces courbes, comme dans les membranes des timbales et autres *membranes tendues*.

Les corps sonores *élastiques par compression*, sont l'*air* ou les *gaz dans les instrumens à vent*.

Les corps *élastiques par leur rigidité interne* sont ou *filiformes* ou *membraniformes*. Les *filiformes* peuvent être ou *droits*, comme des *verges* et des *lames*, ou *courbes*, comme des *anneaux*, des *fourchettes*, etc. Les corps rigides *membraniformes* sont aussi ou *droits*, comme des *plaques* d'une forme quelconque, ou *courbes*, comme des *vases* et *cloches*.

Dans cette manière d'envisager les corps sonores il n'y en a aucun qui ne puisse être réduit à une de ces espèces. Les vibrations de la plupart de ces corps étaient tout-à-fait inconnues; mais je me suis servi de moyens nouveaux pour les rendre sensibles à la vue et à l'oreille.

J'ajouterai quelques remarques sur la coexistence de plusieurs mouvemens dans le même corps sonore.

31.

Dans le *son* (distinct) les vibrations du corps sonore ou de ses parties se font en même tems; et toutes les vibrations sont d'égale durée; mais on ne peut pas supposer la même chose dans le *bruit*, dont on ne connaît pas encore la nature. Les sons, quand la manière de vibration, la vitesse et la force sont les mêmes, ont pourtant quelquefois un caractère

très-différent, qu'on appelle le *timbre;* il semble dépendre de la différente rigidité ou ténacité des corps et de la qualité de la matière qui sert à les mettre en mouvement. Nous ne connaissons pas les vraies causes de ces différens effets, et il n'y a pas encore de moyens de les soumettre au calcul ou aux expériences. Cette différence de timbre semble être causée par un peu de bruit mêlé au son appréciable; par exemple, dans le chant on entend, outre les vibrations de l'air, le frottement de ce fluide sur les organes de la voix; sur le violon, outre les vibrations des cordes, on entend le frottement de l'archet sur les cordes, etc. Peut-être les différentes espèces de bruit et de timbre consistent-elles en des mouvemens inégaux des parties les plus petites du corps, comme ceux par lesquels autrefois Lahire, Carré et Musschenbroek voulaient expliquer la nature du son. Mais au lieu de continuer à faire des conjectures sur la nature du bruit et du différent timbre des sons, expliquons plutôt la nature du son appréciable.

32.

Chaque corps sonore peut faire des vibrations de plusieurs manières très-différentes entr'elles, dont chacune a un certain rapport de vitesse avec les autres, qui dépend de la grandeur des parties vibrantes.

Quand le corps sonore se partage en un nombre

quelconque de parties vibrantes, ces parties (dont les exeursions s'appellent ventres de vibrations), séparées par des limites immobiles (qu'on appelle nœuds de vibration), font leurs mouvemens toujours alternativement en sens opposé; de manière que l'une est en-deçà de la position ordinaire, pendant que l'autre est au-delà.

L'isochronisme des vibrations de toutes les parties, produit par leur équilibre relatif, étant une condition indispensable pour le son; il faut, que la division du corps sonore en des parties vibrantes soit toujours aussi régulière que les circonstances le permettent. La grandeur d'une partie située à un bout libre, est à peu près la moitié d'une partie qui se trouve entre des limites immobiles.

Pour produire un certain son, on pourra tenir ou toucher un ou plus d'un nœud de vibration, et frotter ou frapper une partie vibrante dans la même direction dans laquelle se font les vibrations.

Plusieurs, ou toutes les manières de vibrations peuvent coexister dans le même corps sonore; les mouvemens vibratoires peuvent aussi coexister avec d'autres espèces de mouvemens.

Ce § est distingué par d'autres caractères, parce qu'il contient un précis de toutes les lois des vibrations sonores. Toute cette partie de l'Acoustique a pour but, de montrer les manières dont ces mêmes lois se modifient différemment dans les différens corps élastiques.

33.

Pour la théorie, on suppose que les vibrations d'un corps sonore, comme les oscillations d'un pendule, soient *infiniment petites;* mais quand elles sont réellement *très-petites*, la différence qui en résulte dans le calcul des vibrations, n'est pas considérable. S'il s'agit d'une corde tendue, qui fait des excursions d'un degré, la durée d'une vibration est plus grande de $\frac{1}{50000}$ que si les excursions étaient infinement petites; si elle fait des excursions de 2 degrés, la différence est à peu près $\frac{1}{12500}$ etc.

J'ai représenté dans les figures les excursions plus grandes, pour les distinguer plus facilement.

34.

La *direction* du mouvement vibratoire peut être, ou *transversale*, ou *longitudinale*, ou *tournante*.

Dans les *vibrations transversales* le corps sonore, ou les parties de ce corps font leurs mouvemens alternativement vers l'un et l'autre côté, de manière que les lignes parcourues par chaque point du corps font un angle droit avec l'axe. Les figures 1 — 4, 20 — 27 et 38 — 40 serviront à donner une idée de semblables mouvemens.

Les *vibrations longitudinales* consistent en des contractions et dilatations du corps sonore ou de ses parties dans le sens de l'axe, ou selon la longueur, comme dans les figures 14 — 19 et 28 — 36. Les

corps susceptibles de tels mouvemens sont, 1° l'air contenu dans les instrumens à vent; 2° des cordes ou verges droites d'une longueur suffisante.

Les lois de ces deux genres de vibrations sont très-différentes.

Les *vibrations tournantes*, dont des verges ou lames sont susceptibles, consistent en des torsions qui se font alternativement en sens opposé. Dans des verges cylindriques ou prismatiques le son de ces vibrations est toujours plus grave d'une quinte, que le son longitudinal du même corps partagé de la même manière.

35.

L'*intensité* du son dépend des excursions plus ou moins grandes, de la grandeur du corps sonore, et de la vîtesse de ses vibrations.

SECTION II.

DES VIBRATIONS DES CORDES.

A. *Vibrations transversales.*

36.

Une *corde* peut vibrer, ou entière, ou partagée en un nombre quelconque de parties égales, séparées l'une de l'autre par des nœuds de vibrations. La seule différence entre ces espèces de vibrations, est que l'unité qui sert de mesure, change, parce que quand la corde se partage en des parties aliquotes, chaque moitié, chaque troisième partie, etc. fait ses mouvemens comme si elle était une corde particulière. Le son le plus grave est celui où la corde entière fait des vibrations en formant alternativement les courbes représentées dans la fig. 1 *ACB* et *ADB*. Quand elle se partage en deux parties, une moitié est en deçà de la position ordinaire, pendant que l'autre est au delà, et les courbures sont comme fig. 2 *ADCEB* et *AFCGB*; le son est plus aigu d'une octave que le premier. Si la corde se partage en trois parties, les courbures sont alternativement comme celles qui sont marquées dans la fig. 3 de deux différentes manières, et le son est plus aigu d'une quinte que le deuxième; si elle est partagée

en quatre parties, (fig. 4), la hauteur du son augmente d'une quarte. En général tous les sons possibles sont comme les nombres des parties (ou comme leurs longueurs renversées); la série sera donc comme les nombres 1, 2, 3, 4, etc. Quand le son le plus grave est *ut* 1, la série des sons possibles sera:

Nombre des parties:	1,	2,	3,	4,	5,
Sons:	*ut* 1,	*ut* 2,	*sol* 2,	*ut* 3,	*mi* 3,

6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	13,
sol 3,	*si*♭ 3—,	*ut* 4,	*ré* 4,	*mi* 4,	*fa* 4+,	*sol* 4,	*la* 4—,

14,	15,	16,	etc.
si♭ 4—,	*si* 4,	*ut* 5,	

Dans une corde d'épaisseur inégale les vibrations sont à l'ordinaire très-irrégulières, excepté quelques cas particuliers, par exemple, si les longueurs des parties sont en raison renversée des diamètres.

37.

Pour produire les sons où la corde se partage en des parties aliquotes, il faut appuyer un doigt très-légérement à un endroit où il y a un nœud de vibration, et appliquer un archet de violon à peu près au milieu d'une partie vibrante. Il ne faut pas presser trop le nœud de vibration, pour ne pas empêcher la communication du mouvement d'une partie à l'autre; la pression de l'archet doit aussi être beaucoup moindre que pour le son fondamental. On peut

rendre visible la manière de division, en mettant des petits morceaux de papier sur différens endroits de la corde; ceux qui sont sur des parties vibrantes, sont repoussés par les vibrations et tombent, mais ceux qu'on met sur des nœuds de vibrations, restent immobiles.

On doit cette expérience à *Sauveur* (*Hist. et Mém. de l'Acad. de Paris*, 1701). *Wallis* (*in Algebra, vol.* 2, *p.* 466) fait mention des sons des parties aliquotes, comme d'une découverte faite par Noble et Pigot à Oxford, et à lui communiquée 1676 par Narcissus Marsh.

Sur le violoncelle et sur le violon on se sert quelquefois des sons des parties aliquotes d'une corde, qu'on appelle *sons flûtés* ou *sons harmoniques*. On s'en sert aussi dans un instrument à une seule corde, qu'on appelle *trompette marine*. Les sons de la *harpe d'Eole* consistent en de semblables vibrations, produites par le courant d'air qui agit de différentes manières sur les cordes. *Ossian* et le commentateur d'Homère, *Eustathe*, font déjà mention du son des cordes produit par le vent. A Bâle, dans la maison du capitaine Haas, il y avait des cordes très-longues et très-fortes, exposées à l'air, qui donnaient différens sons, surtout dans les changemens de tems; dans les *Annali di Chimica e storia naturale* de *Brugnatelli*, à Pavie, tom. 18, 1800, se trouvent des observations semblables de *Gaetano Berrettari*.

38.

Plusieurs, ou toutes les espèces de vibrations dont la corde est susceptible, peuvent coexister en même tems : alors, pour se faire une idée des courbures de la corde, il ne faut pas appliquer une courbe à la ligne droite, mais à la courbe qui existe déjà en chaque moment par d'autres vibrations. Les fig. 5—8 représentent quelques exemples de semblables courbures. La section 9 de cette partie contiendra plus de renseignemens sur cet objet.

39.

Sur la nature des courbes, auxquelles une corde se plie dans ses vibrations transversales, les opinions des géomètres sont différentes. *Taylor*, *D. Bernoulli* et *Giordano Riccati* ont trouvé, que ces courbes ont la forme d'une trochoïde très-alongée, et que, si L signifie la longueur de la corde, π le rapport de la périphérie du cercle au diamètre, et si l'on exprime la plus grande ordonnée au milieu d'une partie vibrante pour la première espèce de vibrations par A, pour la deuxième par B, pour la troisième par C, etc., une abcisse quelconque par x et l'ordonnée appartenante à cette abcisse par y; pour la première espèce de vibrations y est $= A \sin. \frac{\pi x}{L}$, pour la deuxième $y = B \sin. \frac{2\pi x}{L}$, pour la troisième,

$y = C \sin. \frac{3\pi x}{L}$ etc. Mais *Euler* prétend que la courbe est arbitraire, et qu'elle dépend seulement de la première impression qu'on fait sur la corde, de manière qu'il n'y aura pas toujours une continuité des différentes parties de la courbure, mais que chaque partie vibrante prend la même courbure que l'autre alternativement dans le sens opposé. *Lagrange* a proposé la même opinion qu'Euler. *D'Alembert* attribue aussi aux cordes encore d'autres courbures que les trochoïdes de Taylor, mais il ne convient pas que la corde puisse prendre des courbures qui ne sont pas conformes à aucune loi de continuité.

40.

Si L exprime la longueur de la corde, G le poids, P la tension (qu'on peut exprimer par un poids suspendu), n le nombre des parties dans lesquelles la corde se partage, et S, le nombre relatif des vibrations, ou le son de la corde, S sera $= n\sqrt{\frac{P}{LG}}$. Dans les cordes qui sont faites de la même matière, si D exprime le diamètre ou l'épaisseur, G est $= D^2L$, et $S = n\sqrt{\frac{P}{L^2D^2}}$, ou $= n\frac{\sqrt{P}}{LD}$. Par conséquent les sons homogènes (où n est le même) des cordes faites de la même matière, seront :

1° Quand l'épaisseur et la tension sont les mêmes, comme les *longueurs renversées* des cordes; c'est pourquoi on peut se servir du monocorde pour la démonstration des rapports des sons;

2° Quand la longueur et la tension sont les mêmes, les sons seront en raison renversée des *diamètres* (ou des *racines carrées des poids*); de manière que si, par exemple, l'épaisseur d'une corde est à celle de l'autre comme 1 à 2, le son de la plus épaisse sera plus grave d'une octave;

3° Quand l'épaisseur et la longueur sont les mêmes, les sons seront comme les *racines carrées de la tension*. Si l'on veut, par exemple, que le son d'une corde diffère de celui de l'autre d'une octave, il faut que les tensions soient comme 1 à 4.

La différence des matières ne fait rien pour la détermination du son; une corde de boyau et une autre d'un métal quelconque, donneront le même son, si la longueur, le poids, et la tension sont les mêmes.

La durée de chaque vibration étant en rapport renversé du nombre des vibrations, elle sera $\frac{1}{n}\sqrt{\frac{LG}{P}}$.

On trouve le nombre absolu des vibrations que la corde fait dans une seconde de tems, en la comparant à un pendule à secondes, où la durée d'une vibration s'exprime par π (ou le rapport de la périphérie du cercle au diamètre) multiplié par la racine carrée de la longueur. La longueur d'un pendule à secondes étant f; une seconde, ou la durée d'une oscillation du pendule sera à t, ou à la durée d'une vibration de la corde, comme $\pi\sqrt{f}$ à $\frac{1}{n}\sqrt{\frac{LG}{P}}$;

t sera donc $= \frac{1}{\pi n}\sqrt{\frac{LG}{fP}}$, et le nombre des vibrations qui se font dans une seconde $= \pi n \sqrt{\frac{fP}{LG}}$.

41.

Pour s'instruire encore davantage des vibrations transversales d'une corde; il faudra consulter : *Methodus incrementorum directa et inversa*, auctore *Brook Taylor*, Lond. 1715, où se trouvent les premières recherches analytiques sur les vibrations des cordes; *Joh. Bernoulli, de chordis vibrantibus in Comment. Ac. Petrop.* tom. 3; L. *Euler*, dans les Mémoires de l'Acad. de Berlin, 1748, 1753 et 1765; *Nov. Comment. Acad. Petrop.* tom. 9, 17 et 19; *Acta Ac. Petrop.* 1779, p. 2; 1780, p. 2 et 1781, p. 1; Mélanges de Philosophie et de Mathématiques de la Société de Turin, t. 3. *Dan. Bernoulli*, dans les Mém. de l'Acad. de Berlin 1753 et 1765, et *Nov. Comm. Ac. Petrop.* t. 16; *Lagrange*, dans les Mélanges de Philosophie et de Mathématiques de la Société de Turin, tom. 1, 2 et 3; *D'Alembert*, dans les Mém. de l'Acad. de Berlin, 1747, 1750 et 1763; et *Opuscul.* tom. 1 et 4; Giordano Riccati, *delle corde ovvero fibre elastiche*, *Bologna*, 1767. Matthew Young's *Enquiry into the principal Phoenomena of sounds and musical strings*, *Dublin*, 1784; Zanotti, *de vi elastica*, *in Comment. Bonon.* tom. 4.

42.

J'ajouterai encore un phénomène singulier, où une corde partagée en deux parties, produit un son plus grave que celui qui convient aux vibrations ordinaires de la corde entière. M. *Hellwag*, médecin du duc régnant d'Oldenbourg à Eutin, qui l'a observé, a eu la bonté de me le communiquer. Si l'on met un chevalet sous la corde, de manière qu'il ne la fixe pas, mais qu'il la touche très-légérement, et si l'on pince la corde, pour qu'elle frappe verticalement sur ce chevalet, il y aura des cas où l'on entendra ces frappemens comme un son appréciable, plus grave que le son fondamental ordinaire, mais très-rauque et désagréable, à cause de la difformité des vibrations. Ce son pourrait être appelé *son ronflant* de la corde. Si l'on applique le chevalet au milieu de la corde, le son ronflant est plus grave d'une quinte que le son ordinaire de la corde entière. Quand la corde, fig. 9, est tirée de sa position ordinaire *pnq* vers *m*, et lâchée, elle frappe, après une demi-vibration le chevalet *n*; les deux moitiés continuent leur mouvement en se pliant aux courbures *pkn* et *nfq*; alors elles retourneront, et sitôt qu'elles sont arrivées à l'axe *pnq*, la corde entière fait une demi-vibration vers *pmq* et une autre vers l'axe *pnq*, et ainsi de suite. On entend donc les chocs sur le chevalet dans les sommes des intervalles suivans de tems :

1° La demi-vibration de chaque moitié *pn* et *nq* vers *pkn* et *nfq*, $\frac{1}{4}$ d'une vibration ordinaire de la corde entière.

2°. Le retour de chaque moitié jusqu'à l'axe *pnq*; $\frac{1}{4}$ d'une vibration ordinaire.

3°. Le mouvement de la corde entière vers *pnq*, $\frac{1}{2}$ vibration.

4°. Le retour de la corde entière à l'axe, où elle frappe le chevalet, $\frac{1}{2}$ vibration.

L'espace de tems étant donc entre deux frappemens $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, il faut que le son ronflant soit d'une quinte plus grave que le son ordinaire, conformément à l'expérience. Mais à cause des mouvemens de chaque moitié, il y a toujours un mélange du son aigu qui appartient à ces moitiés, et enfin quand les chocs cessent, ce son aigu continue encore un peu. Il n'y a encore que deux cas où je trouve ce son appréciable, mais beaucoup moins distinct. Si la corde est partagée de la même manière en deux parties, qui sont $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{5}$, le son ronflant est d'un semiton plus aigu que dans le cas précédent; il me semble que le rapport au son ordinaire est $\frac{18}{25}$ à 1. Si le chevalet partage la corde en deux parties, qui sont $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$, le son ronflant est plus grave d'une neuvième, que le son ordinaire; le rapport est donc comme $\frac{4}{9}$ à 1. L'effet était presque le même, si l'endroit où l'on pinçait la corde, était différent, ou si le chevalet n'était pas mis exactement aux endroits mentionnés.

B. *Vibrations longitudinales des cordes.*

43.

Les vibrations longitudinales consistent en des contractions et des dilatations de la corde ou des parties aliquotes, qui s'appuient alternativement à l'un et à l'autre point fixe ou nœud de vibrations. Dans le mouvement longitudinal le plus simple, la corde entière a un mouvement alternatif vers l'un et vers l'autre point fixe (fig. 34 *a* et *b*). La seconde espèce du mouvement longitudinal est celle où la corde se partage en deux parties égales, qui s'appuient alternativement vers le nœud de vibrations au milieu et vers les points fixés aux extrémités (fig. 35 *a* et *b*); dans la troisième espèce des vibrations longitudinales, les mouvemens des parties sont alternativement comme fig. 36 *a* et *b*, etc. Les sons ont entr'eux les mêmes rapports que ceux des vibrations transversales, étant comme les nombres 1, 2, 3, 4, etc.; mais il n'y a point de rapport fixe pour la hauteur absolue des sons entre ces deux genres de mouvement, parce que les lois sont très-différentes.

44.

Pour produire ces sons il faut frotter *longitudinalement* une partie vibrante de la corde avec un archet de violon, qu'on tient sous un angle très-aigu, ou avec un doigt, ou avec un autre corps flexible

auquel on a appliqué de la poudre de colofane. Pour les divisions de la corde en des parties aliquotes, il faut toucher légérement en même tems un nœud de vibration.

45.

Les lois des vibrations longitudinales diffèrent tout-à-fait de celles des vibrations transversales. La seule ressemblance est, que les sons sont dans les rapports renversés des longueurs; mais dans les vibrations longitudinales le son ne dépend pas de l'épaisseur de la corde ni de la tension; mais seulement de la longueur et de l'espèce de matière dont elle est faite, puisqu'une corde de cuivre jaune donne un son plus aigu à peu près d'une sixte, qu'une corde de boyau, et le son d'une corde d'acier surpasse celui d'une corde de cuivre jaune à peu près d'une quinte. Pour faire des expériences, il faut se servir de cordes d'une longueur considérable, ces sons étant très-aigus. Je me suis servi de cordes qui avaient jusqu'à 48 pieds de longueur.

La section V de cette Partie contiendra plus de renseignemens sur les vibrations longitudinales.

SECTION III.

Des Vibrations d'une membrane tendue.

46

Une *membrane rectangulaire tendue* seulement selon la longueur, sera susceptible des mêmes vibrations et des mêmes sons, qu'une corde qui vibre transversalement ; les nœuds de vibrations seront alors des lignes transversales immobiles. Mais une telle membrane, comme aussi une membrane tendue dans plus d'un sens, pourra aussi vibrer d'une infinité de manières, dans lesquelles on ne pourra pas exprimer les courbures par des lignes, mais par des surfaces courbes ; pour lesquelles les expressions et les moyens de les calculer manquent encore. Les nœuds des vibrations formeront des *lignes nodales* dans des directions très-différentes. Plus de renseignemens sur les vibrations des surfaces se trouvent dans la section VII.

Si des membranes rectangulaires vibrent comme une corde, il faudra, si la matière est la même, changer l'expression (§ 40) $n \frac{\sqrt{P}}{LD}$, si B signifie la largeur, en $\frac{n}{L} \sqrt{\frac{P}{DB}}$.

47.

D'après les recherches de *Giordano Riccati* (*Saggi scientifici e letterari dell' Academia di Padova*, tom. 1, 1786, pag. 414 etc.) sur les vibrations d'une membrane de timbale également tendue dans toutes les directions, quelques vibrations correspondantes à celles des cordes, donnent les mêmes rapports des sons. Une timbale dont le son le plus grave était *si*$^\flat$ 1, a donné aussi le son *la* 2, plus aigu presque d'une octave, et le son *mi* 3, encore plus aigu d'une quinte. Si L exprime le diamètre, M la masse de la membrane, P la tension; π le rapport de la périphérie au diamètre, f la longueur du pendule à secondes, et n le nombre des vibrations qui convient à chaque espèce de mouvement; le nombre de vibrations dans une seconde de tems sera, selon *Riccati*, $= \frac{3}{4} \pi n \sqrt{\frac{fP}{LM}}$.

La supposition de *Riccati*, que dans les vibrations d'une telle membrane de timbale chaque diamètre peut se plier aux courbes d'une corde vibrante, est vraie pour le son fondamental et pour toutes les divisions d'une corde en un nombre impair de parties; mais pour les divisions de la corde en un nombre pair de parties, il est impossible. Pour prouver cela, j'exprimerai chaque partie élevée sur la position ordinaire, par + et chaque partie abaissée sous cette position, par —, comme on le fait pour toute espèce

de quantités opposées. Quand une telle membrane donne le son fondamental dont on se sert exclusivement, chaque diamètre prend la courbure d'une corde dans les vibrations les plus simples (fig. 1). Mais si l'on veut supposer, que chaque diamètre de la membrane peut se mouvoir comme une corde divisée en deux parties, (fig. 2); il faut que (fig. 10) en même tems que *am* est + et *bm* —, *cm* soit + et *dm* —; *em* + et *fm* —; *gm* + et *hm* —; *bm* + et *am* —; *dm* + et *cm* —, etc.; il faut donc, que chaque diamètre soit en même tems au-dessus et au-dessous de la position ordinaire. Par conséquent une telle manière supposée de vibrer, où chaque diamètre fait le même mouvement comme une corde dans la fig. 2, n'existera pas; mais elle sera représentée par une autre, où la membrane (fig. 10) sera partagée par une ligne nodale *ef* en deux parties demi-rondes *eaf* et *fbe*, dont une est +, pendant que l'autre est —, et où le seul diamètre *amb* vibre exactement comme une corde dans fig. 2, et chaque autre diamètre d'une manière un peu différente et où le diamètre *ef* ne vibrera pas; cette manière de vibrer ne pourra donc pas être exprimée par une courbure linéaire. La troisième manière de vibrations d'une corde (fig. 3) pourra appartenir à chaque diamètre en même tems; les lignes nodales formeront alors un cercle concentrique (fig. 11). La quatrième courbure d'une corde (fig. 4), ne pourra pas appartenir à chaque diamètre à la fois, par la même raison qui exclut

exclut la deuxième : mais un seul diamètre (fig. 12, *ab*) prendra cette courbure, et les lignes nodales seront une ligne circulaire et une diamétrale. La courbe d'une corde partagée en cinq parties, pourra s'appliquer à chaque diamètre, et les lignes nodales formeront deux cercles concentriques (fig. 13, etc.). Outre ces espèces de vibrations analogues aux vibrations d'une corde, la membrane pourra se partager de beaucoup d'autres manières, où il y a plus d'une ligne nodale dans des directions diamètrales, etc.

Euler a publié dans le tome X des *Nov. Comm. Acad. Petrop.* quelques recherches sur les vibrations d'une membrane rectangulaire. Dans le quatrième tome des *Mémoires de Mathématiques et Physiques de l'Institut de France*, M. *Biot* a déterminé par le calcul la possibilité des divisions d'une membrane rectangulaire tendue, en des parties aliquotes. On n'a pas encore des expériences sur cet objet, et il faudra trouver des moyens nouveaux pour les faire, parce que dans de pareilles membranes le bord n'étant pas libre, on ne peut pas appliquer un archet de violon.

SECTION IV.

Vibrations de l'air dans les instrumens à vent.

48.

Ici il sera question des vibrations de l'air, quand il est lui même corps sonore : celles qui sont communiquées à l'air par un autre corps sonore, seront réservées pour la section I de la partie 3, qui pourra être regardée comme la continuation de celle-ci, les lois étant les mêmes.

49.

Chaque coup simple assez fort, par exemple un coup de fouet, ou une explosion, produit des vibrations dans l'air, mais qui à l'ordinaire sont trop irrégulières et trop peu isochrones pour donner un son appréciable.

50.

Les vibrations de l'air produites par le passage d'un courant d'air par une ouverture ou fente étroite, sont beaucoup plus appréciables. La vîtesse de ces vibrations dépend 1° de la rapidité du courant; car le son est plus aigu, si, l'ouverture restant la même, la

rapidité augmente; 2° de la grandeurde l'ouverture, parce que la rapidité du courant restant la même, le son est plus aigu, si l'ouverture est plus petite. Si toutes les deux ensemble augmentent ou diminuent, le son reste le même, mais l'intensité sera différente. Le sifflement par la compression des lèvres, et les sons que le vent produit quelquefois en passant par une fente étroite, pourront servir d'exemples.

Les sons qu'on peut produire en soufflant par l'embouchure seule de quelques instrumens, par exemple par une anche de hautbois, suivent les mêmes lois.

51.

Si un courant rapide d'air passant par une ouverture ou fente étroite, force un corps membraniforme à faire des vibrations, le son est beaucoup renforcé, mais il devient ordinairement plus tranchant ou ronflant. C'est ce qui a lieu, par exemple, si l'on tend entre les pouces des deux mains un petit morceau de papier, ou une feuille d'herbe ou de roseau, et que le courant d'air qu'on produit en soufflant, passe aux deux côtés. On se sert pour les orgues, d'un tel renforcement par une membrane vibrante pour les tuyaux à anches.

52.

La *voix des hommes et des animaux* se forme de la même manière. Il se trouve au *larynx* deux membranes à peu près demi-rondes, qui forment ensemble

une surface circulaire. La circonférence de ces membranes, qu'on appelle *ligamens de la glotte*, est attachée aux parois du larynx, et leurs bords droits peuvent ou se joindre suivant le diamètre du cercle, ou former une fente lenticulaire, qu'on appelle *glotte*. Si cette ouverture est assez large, l'air passe sans produire un son, comme dans la respiration ordinaire; mais si elle est resserrée, l'air sortant des poumons par le larynx, se frotte contre ces deux membranes et produit des tremblemens rapides qui sont communiqués au courant d'air sortant. A ce courant d'air vibrant, qu'on appelle *voix*, les autres organes de la bouche opposent différens obstacles et forment des ouvertures très-différentes, dont chacune varie et articule la voix d'une autre manière. Plus la glotte est resserrée par la tension des ligamens, plus le son est aigu. Toutes les variétés possibles se produisent par des changemens de l'ouverture dont les extrêmes diffèrent de $\frac{1}{10}$ de pouce.

D'après *Dodart* (Mém. de l'Acad. de Paris, 1700, 1706 et 1707), les différences des sons dépendent des élargissemens et des resserremens de la glotte; mais *Ferrein* (Mém. de l'Ac. de Paris, 1741 et 1743) prétend, qu'elles dépendent des différentes tensions des ligamens. Mais ces deux assertions ne sont pas contraires l'une à l'autre, parce qu'en resserrant l'ouverture, on tend les ligamens.

On trouvera les meilleurs renseignemens sur les organes de la voix des oiseaux (où ils sont plus

compliqués), des mammifères et des reptiles, dans les *Leçons d'Anatomie comparée par Cuvier*, t. IV, leçon XXVIII. On pourra aussi lire *Haller, de partium corporis humani fabricâ et fonctionibus*, lib. IX. *Vicq d'Azyr, sur la voix*, dans les *Mém. de l'Acad. de Paris*, 1779. *Ballanti, Urtini et Galvani observationes de quorumdam animalium organo vocis in Comment. Bonon.* tom. VI, p. 50, etc. *De Kempelen* à Vienne, a publié beaucoup de recherches intéressantes dans son livre : *Ueber den Mechanismus der menschlichen Sprache* (sur le Mécanisme de la langue humaine), à Vienne 1791 ; où il a ajouté une description exacte de sa machine parlante, qu'il a eu la bonté de me montrer; la main gauche manie le soufflet, et la droite les ressorts imitant les organes de la voix. Des recherches de *Kratzenstein* se trouvent dans les *Observations sur la Physique, par Rozier, supplément* 1782, p. 758; il a aussi construit une machine imitant les voyelles, qui consistent en différens rapports de l'ouverture des organes extérieurs et intérieurs. Je saisis cette occasion pour remarquer, que le nombre possible de voyelles est dix. La voyelle *a* se forme en laissant ouvert tout l'extérieur et l'intérieur de la bouche. A compter de cette voyelle il y a trois séries :

1° Où l'extérieur reste ouvert et l'intérieur se resserre peu à peu ;

a

ò (*o* ouvert; comme dans quelques mots anglais,

et comme *aa* en danois et *å* en suédois) ;

ó (*o* ordinaire, qu'on pourrait appeler *o* fermé);

ou (qui s'exprime en italien, en espagnol, allemand, etc. par *u*, en hollandais par *oe*) ;

2° où l'extérieur reste ouvert et l'intérieur se resserre peu à peu ;

a

è (*e* ouvert, qui s'exprime aussi en français par *ai*, en allemand par *ä*.

é (*e* fermé),

i;

3° où l'extérieur et l'intérieur se resserrent ensemble,

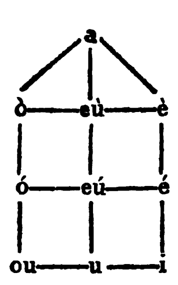
a

eù (ouvert, comme dans le mot: *bonheur*, intermédiaire entre *ò* et *è*),

éu (fermé, comme dans le mot: *affreux*, où comme *ö* en allemand, danois et suédois, et comme *eu* en hollandois, intermédiaire entre *ó* et *é*) ;

u, (qui s'exprime en allemand par *ü*, en danois et suédois par *y*, et en hollandais comme en français par *u*; intermédiaire entre *ou* et *i*.)

Pour les voir d'un coup d'œil, il faut les ranger de la manière suivante :



On ne peut pas prononcer une de ces voyelles immédiatement après l'autre, sans toucher légérement les intermédiaires.

Il y a autant de diphthongues, qu'il y a de manières possibles de prononcer deux voyelles dans une syllabe.

53.

Dans les tuyaux d'orgues et autres instrumens à vent la colonne d'air renfermée est le corps sonore qui fait des vibrations longitudinales. On voit facilement, que l'instrument même n'est pas le corps sonore, car la matière dont il est construit, l'épaisseur des parois, le diamètre et la différente manière dont on le serre en un endroit quelconque, ou en toute son étendue, ne changent rien au son. Les différences du timbre, si par exemple des tuyaux de la même forme sont faits de bois, de métal, de verre, etc. semblent dépendre des différens frottemens de l'air aux parois ou d'une faible résonnance des parois mêmes. Il n'y aura point de son, si l'on souffle sim-

plement dans le tube, car cela ne produirait qu'un mouvement progressif de l'air, qui n'est pas un son : il faut que l'air entrant par une fente étroite, ou ébranle une lame élastique, dont les vibrations produisent des vibrations semblables dans la colonne d'air contenue dans le tube, ou au moins qu'une lame mince d'air poussée avec force, se brise contre le bord tranchant d'un corps anguleux, et passe presqu'au sens de l'axe devant le bout de la colonne d'air. Le ton dépend, 1° de la manière de souffler, 2° de la longueur de la colonne d'air contenue dans le tuyau. Si l'une de ces deux causes a une prépondérance considérable, elle suffira pour déterminer le son; mais s'il n'y a pas une telle prépondérance, il n'y a point de son exact, parce que chaque cause tend à produire un autre son, excepté si toutes les deux opèrent au moins à peu près pour le même effet.

54.

Dans l'espèce de tuyaux d'orgue nommée *jeux d'anche*, le son dépend principalement de la manière de souffler. L'air entrant fait vibrer une lame mince de cuivre jaune, nommée *languette*, pressée vers l'anche par un fil de fer qu'on appelle *rasette*, dont le bout supérieur a une échancrure ou un crochet, pour accorder les tuyaux en poussant la rasette plus en haut ou en bas par un accordoir, ce qui agrandit ou diminue la partie vibrante de la languette, et élargit ou resserre en même tems la fente par laquelle le cou-

rant d'air entre. La partie du tuyau, dans laquelle se trouve l'air qui fait des vibrations longitudinales, se fait plus longue pour les sons graves que pour les sons aigus, mais moins longue que dans d'autres jeux d'orgue, parce que les vibrations de la languette forcent l'air contenu dans le tuyau, de vibrer en même tems contre sa nature. Par cette raison le son de ces jeux d'orgue est plus criant que celui des autres; mais en les ajoutant à d'autres jeux d'orgue plus doux, ils servent pour augmenter la force, surtout aux sons graves.

55.

Dans les tuyaux d'orgue qu'on appelle *tuyaux à bouche* ou *à flûte*, comme aussi dans *d'autres instrumens à vent*, la vitesse des vibrations dépend surtout de la longueur de la colonne d'air, de manière qu'on ne peut pas produire d'autres sons que ceux qui sont en raison renversée de la longueur des parties vibrantes de l'air. Il y a aussi toujours quelque chose qu'on peut regarder comme une anche, mais il faut qu'il soit toujours plus à la portée du tuyau que dans les jeux d'anche mentionnés. Les espèces de tuyaux d'orgue dont je parle maintenant, ont une lame transversale coupée en talus, qu'on appelle *biseau*, contre laquelle l'air frappe perpendiculairement, de manière que l'air soufflé dans l'embouchure ne peut sortir que par une fente étroite: cet air sortant en forme d'une lame mince, frappe le bord de la lèvre supérieure d'une ouverture ou fente nommée la *lumière*, et met

en mouvement l'air contenu dans le tuyau. Les *hautbois*, les *bassons*, etc., ont aussi une anche qui consiste en deux lames entre lesquelles l'air est poussé avec force et dont il ébranle le bord tranchant. Dans la *trompette* et le *cor de chasse*, les lèvres qu'on serre et roidit plus ou moins, font la fonction d'une anche; dans la *flûte*, les lèvres remplissent le même objet, et la lame d'air frappe contre le bord anguleux de l'ouverture. Dans le *chalumeau* il y a une espèce de languette, etc. Pour produire les différens sons dont le même instrument à vent sous les mêmes circonstances est susceptible, il faut serrer et roidir plus ou moins les lèvres et pousser le vent avec plus ou moins de force. Les tuyaux dont le diamètre est petit en raison de la longueur, rendront plus facilement que ceux dont le diamètre est plus grand, les sons aigus, où la colonne d'air se partage en plusieurs parties vibrantes. S'il y a des trous latéraux, on raccourcit en les ouvrant, la colonne d'air vibrante, pour hausser le son. On n'a pas encore réussi à soumettre au calcul les effets de ces ouvertures latérales; mais les meilleures expériences sont celles de *Lambert* dans les *Mémoires de l'Acad. de Berlin*, 1775.

Giordano Riccati (*delle corde ovvero fibre elastiche, schediasma* VII, § 13) a montré très-bien le passage des vibrations de l'air qui dépendent de l'embouchure, ou de la manière de souffler, à celles qui sont déterminées surtout par la longueur de la colonne d'air vibrante. L'anche d'un hautbois, enflée séparément, produisait des sons graves et aigus, différens d'une

sixte ou même d'une octave. Mais si la même anche était appliquée en hautbois, en laissant ouverts tous les trous, la plus grande différence des sons était à peu près d'une quarte et le son était moins défini, parce qu'à cause des vibrations d'une colonne d'air plus longue, l'effet de la manière de souffler était moindre. Si tous les trous latéraux étaient fermés, la colonne d'air vibrante était trop longue pour régler ses mouvemens avec facilité selon la différente manière d'enfler; la plus grande différence était donc à peu près d'un ton; l'intonation était fausse et très-désagréable, parce que le son de l'embouchure était trop différent de celui qui convenait à la longueur de la colonne d'air contenue dans le tuyau. On voit donc que chacune de ces deux causes (le souffle et la longueur du tuyau) a sa sphère d'activité, où l'une seconde l'effet de l'autre, tant qu'elles ne sortent pas des bornes de cette sphère. Soit qu'elles concourent à produire le même effet, soit que leur sphère d'activité s'étende; dans l'un et l'autre cas le son se forme plus facilement.

56.

Les manières de vibrer, et les séries des sons sont différentes, si un *tuyau* d'orgue est *bouché d'un côté*, ou si les *deux bouts sont ouverts*. Il faut toujours regarder le bout où l'on souffle, comme ouvert, même s'il est mis immédiatement à la bouche comme dans le cor et la trompette. Les lois des vibrations sont exactement les mêmes que celles des vibrations

longitudinales des verges (Sect. 5. B). Si l'un des bouts d'un tuyau est bouché, l'air fait ses vibrations comme une verge dont un bout est fixé; si les deux bouts sont ouverts, l'air vibre comme une verge dont les deux bouts sont libres; et s'il y avait des moyens pour mettre en mouvement l'air contenu dans un tuyau dont les *deux bouts* sont *bouchés* (ce qui peut-être pourrait se faire par un trou au milieu, en soufflant comme aux flûtes), les vibrations de l'air seraient semblables à celles d'une verge fixée aux deux bouts, ou aux vibrations longitudinales d'une corde.

57.

Dans toutes ces manières de vibrations il se fait alternativement des condensations et dilatations de l'air, de sorte que chaque portion d'air s'approche et s'éloigne alternativement des nœuds de vibration. Ces petites condensations et raréfactions alternatives, comme aussi les excursions longitudinales des molécules d'air, sont fort inégales dans différens endroits. Aux nœuds de vibration les condensations et les raréfactions sont les plus grandes (parce que les actions de toutes les autres parties de l'air concourent pour cet effet), mais les excursions sont nulles: plus une partie est éloignée d'un nœud de vibration, plus la condensation et la raréfaction diminuent, tandis que les excursions des molécules s'agrandissent; et au milieu entre deux nœuds, ou au bout ouvert, les excursions sont les plus grandes; mais les condensa-

tions et les raréfactions sont nulles, et la densité de l'air reste toujours la même que celle de l'air libre qui environne le tuyau.

58.

Si la colonne d'air contenue dans un tuyau se partage dans un nombre quelconque de parties vibrantes, la longueur d'une partie située à une extrémité ouverte est toujours la moitié d'une partie contenue entre deux nœuds de vibration, de sorte que cette dernière peut être regardée comme composée de deux parties de la moitié de sa longueur, qui seraient contiguës au bout mobile. J'appellerai donc, pour faciliter les démonstrations, une partie entre deux limites fixes, *partie double*, et une partie située à une extrémité ouverte, ou la moitié d'une partie contenue entre deux limites fixes : *partie simple*. Dans une telle partie simple les plus grandes condensations et raréfactions sans excursions des molécules, ont lieu à l'un des bouts, et à l'autre bout les plus grandes excursions, mais point de condensations ni de dilatations.

59.

Le *mouvement le plus simple* de l'air contenu dans un tuyau dont *une extrémité* est *bouchée*, est celui où il y a seulement *une partie simple*. L'air s'approche et s'éloigne alternativement du bout bouché (fig. 17, *a* et *b*) qui fait la même fonction qu'un nœud de vibration dans d'autres manières de vibrations. Ce

mouvement qui produit le son le plus grave, dont un tuyau de la même longueur est susceptible, doit être regardé comme l'unité, tant pour les dimensions et le nombre des parties vibrantes, que pour les nombres des vibrations, qui se font dans le même espace de tems.

60.

Quand les *deux extrémités* d'un tuyau sont *ouvertes*, pour le *mouvement le plus simple* de l'air, il se forme au milieu du tuyau un nœud de vibration, duquel les *deux parties simples* s'approchent et s'éloignent mutuellement, (fig. 14 *a* et *b*). On aura donc comme deux tuyaux égaux et bouchés, où la couche d'air au milieu, contre laquelle les autres couches d'air s'appuient de l'un et de l'autre côté, fait la fonction d'une séparation fixe. Le son est donc l'octave plus aiguë du son fondamental d'un tuyau bouché de la même longueur, ou le même que celui d'un tuyau bouché de la moitié de longueur; mais, parce qu'il y a le double, le son est plus fort et plus agréable que celui d'un tuyau bouché.

61.

Outre ces manières de vibrations les plus simples, il peut s'en former encore d'autres, si l'on change l'embouchure et la force du vent, et surtout, si le diamètre du tuyau est peu considérable en raison de la longueur.

Dans le *deuxième son d'un tuyau bouché* il se forme

un nœud de vibration distant d'un tiers du bout ouvert où l'on enfle, et de deux tiers du bout fermé, et l'air se partage en une partie double et une simple, dont les couches s'approchent et s'éloignent mutuellement, comme dans la fig. 18 *a et b*. Il faut donc regarder la colonne d'air comme partagée en *trois parties* simples. Le rapport de la vîtesse des vibrations à celle du son fondamental, est comme 3 à 1, le son est donc plus aigu d'une douzième ou de la quinte de l'octave.

Dans le *deuxième son d'un tuyau ouvert* il y a deux nœuds de vibration, éloignés des bouts d'un quart de la longueur, et la colonne d'air se partage en une partie double au milieu et deux simples aux extrémités, ce qui équivant à 4 *parties simples;* la division et les mouvemens réciproques sont représentés dans la fig. 15 *a* et *b*. Le son est au premier du même tuyau (fig. 14), comme 4 à 2, ou plus aigu d'une octave.

Dans le *troisième son d'un tuyau bouché* (fig. 19 *a* et *b*), il y a deux parties doubles et une simple, ce qui est égal à *cinq parties simples;* le son est au son fondamental (fig. 17), comme 5 à 1; il est donc plus aigu de deux octaves et une tierce, et la différence du deuxième son (fig. 18) est d'une sixte majeure, ou 5 à 3.

Dans le *troisième son d'un tuyau ouvert* (fig. 16 *a* et *b*), il se forme deux parties doubles au milieu, et deux simples aux extrémités, ce qui équivaut à *six*

parties simples; le son est au premier (fig. 14), comme 6 à 2, ou plus aigu d'une douzième, et au second (fig. 15), comme 6 à 4, ou plus aigu d'une quinte.

Ces explications et les figures 17, 14, 18, 15, 19, 16, qui représentent les mouvemens alternatifs, suffiront pour se faire une idée des autres manières de vibrer, où un tuyau, dont l'une des extrémités est bouchée, se partage toujours en un nombre impair, et un tuyau dont les deux extrémités sont ouvertes, se partage toujours en un nombre pair de parties simples. On verra aussi, que les sons sont toujours en raison des nombres (ou des longueurs renversées) de ces parties. Par conséquent tous les sons qu'on pourra produire sur le même tuyau, ou sur des tuyaux de la même longueur, selon que l'extrémité opposée à celle où l'on enfle, est bouchée ou ouverte, seront, si l'on regarde l'*ut* le plus grave du clavier (que j'exprime selon le § 29 par *ut* 1) comme son fondamental :

Nombr. des simples parties vibrantes :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sons d'un tuyau bouché :	*ut* 1		*sol* 2		*mi* 3		*si*♭ 3—		*ré* 4	
Sons d'un tuyau ouvert :		*ut* 2		*ut* 3		*sol* 3		*ut* 4		*mi* 4
etc.										

62.

Les instrumens à vent, dont on se sert d'ordinaire, suivent les mêmes lois que les tuyaux d'orgue, dont les deux extrémités sont ouvertes. Or si l'on considère leurs sons séparément, sans avoir égard aux sons des tuyaux bouchés, on pourra changer la série des sons 2, 4, 6, 8, etc. en 1, 2, 3, 4, etc., en la divisant par 2, et les prendre plus graves d'une octave; on aura alors la série ordinaire des sons pour le cor de chasse, la trompette, etc. qui est la même que pour les sons des parties aliquotes d'une corde. Le § 20 contient quelques remarques sur l'usage de ces sons.

63.

Il est indifférent qu'un tuyau d'orgue ou un autre instrument à vent soit droit ou courbe, parce que l'air exerce la même élasticité dans tous les sens possibles. La série mentionnée des sons convient aussi aux instrumens convergens ou divergens dans une direction quelconque. Si un tuyau divergent, un tuyau dont le diamètre est partout le même, et un tuyau convergent ont la même longueur; les sons du divergent sont un peu plus aigus, et ceux du convergent un peu plus graves que les sons d'un tuyau dont le diamètre est uniforme. Un tuyau dont une extrémité est bouchée en partie, comme ceux qu'on appelle *tuyau à cheminée*, doit être placé pour son effet entre les bouchés et les ou-

verts: en bouchant plus ou moins l'ouverture, on aura à sa disposition tous les sons entre le son plus grave d'un tuyau bouché et l'octave plus aiguë d'un tuyau ouvert. De cette manière les joueurs de cor font baisser les sons en enfonçant la main dans le pavillon, pour produire des sons qui ne sont pas compris dans la série mentionnée, et que l'instrument refuse naturellement: mais cet abaissement est plus borné dans le cor, parce qu'à cause de sa forme on ne peut fermer l'ouverture qu'en enfonçant la main assez avant, ce qui, en raccourcissant l'étendue de l'air vibrant, diminue l'effet de la fermeture, en produisant un effet contraire. De même, pour accorder les tuyaux d'orgue ouverts, on plie quelquefois le bord un peu en dehors ou en dedans pour hausser ou baisser le son. Ainsi dans tous les tuyaux d'orgue bouchés et ouverts, le bout où ils sont enflés n'est ouvert que par la fente qu'on appelle *la lumière*, ce qui rend les sons un peu plus graves que s'il y avait une pleine ouverture; mais la différence est moins considérable dans des tuyaux longs que dans ceux qui ont peu de longueur.

64.

Le son des tuyaux, si la manière de vibrer est la même, dépend de la longueur, de la densité, et de l'élasticité du fluide qu'ils renferment. Si n exprime le nombre des vibrations qui convient à chaque manière de mouvement, L la longueur de la colonne

d'air vibrante, G le poids, P l'élasticité, égale à la pression de l'atmosphère, et h la hauteur de laquelle un corps tombe dans une seconde, le nombre de vibrations qui se fait dans une seconde, sera...... $S = n\sqrt{\frac{2hP}{LG}}$. La pression de l'atmosphère peut être déterminée par la hauteur du mercure dans le baromètre. Si la pesanteur spécifique du mercure est à celle de l'air comme m à k, et si a exprime la hauteur du mercure dans le baromètre, $\frac{P}{G}$ sera $= \frac{ma}{KL}$ et l'on aura $S = n\sqrt{\frac{2hma}{KL^2}}$ ou $S = \frac{n}{L}\sqrt{\frac{2hma}{K}}$. D'où il suit que

Les sons des tuyaux sont en raison renversée des longueurs, si les autres circonstances sont les mêmes;

Le diamètre d'un tuyau ne détermine pas le son, mais dans un tuyau d'un grand diamètre le son pourra être produit avec plus de force;

Sur les montagnes les plus élevées le son d'un tuyau sera le même qu'à la surface de la mer, parce que P et G augmentent ou diminuent ensemble, en conservant toujours le même rapport;

La vitesse des vibrations ne peut être changée que par les changemens du rapport entre l'élasticité de l'air et sa densité. Si l'air a une autre pesanteur spécifique due à un mélange de différentes espèces de gaz, ou à des variations de chaleur et de froid; la pression de l'atmosphère restant la même, son

rapport à la pesanteur, ou $\frac{P}{G}$, (qu'on peut appeler: *élasticité specifique*) sera changé. Par conséquent un tuyau donnera des sons plus aigus, quand il fait chaud, que quand il fait froid: dans les climats septentrionaux de l'Europe les extrêmes peuvent différer presque d'un ton. Un instrument à vent ne restera jamais d'accord avec un instrument à cordes dans les changemens de température, parce que l'effet que le froid et la chaleur exercent sur l'un, est tout-à-fait l'opposé à celui qu'il exerce sur l'autre.

L'expérience ne constate qu'à peu près ces déterminations du son, car la vitesse des vibrations trouvée par l'expérience, surpasse toujours celle que la théorie nous donne. Les lois pour les vibrations de l'air dans un tuyau étant les mêmes que pour la propagation du son par l'air libre, on trouvera aussi le nombre des vibrations, pour le premier son d'un tuyau ouvert (§ 60), en divisant la vitesse réelle de la propagation du son par la longueur du tuyau. On trouvera plus de renseignemens dans la première section de la partie III.

Des expériences faites et communiquées à l'Academie de Pétersbourg par *Sarti*, le 19 oct. 1796, ont montré, que dans un tuyau bouché, dont la longueur était 5 pieds, il se faisait (100 vibrations doubles ou) 200 vibrations simples par seconde; ce qui est d'accord avec les déterminations des nombres des vibrations données ci-dessus.

65.

Les meilleures recherches sur la théorie des instrumens à vent se trouvent dans les mémoires suivans :

Dan. Bernoulli sur le son et sur les tons des tuyaux d'orgues, dans les *Mém. de l'Acad. de Paris*, 1762.

Observations sur les flûtes, par *Lambert*. (*Mém. de l'Acad. de Berlin*, 1775.)

L. Euler, *de motu aëris in tubis*, *in nov. Comment. Acad. Petrop.* tom. 16.

Recherches sur la nature et la propagation du son, par *La Grange*, dans les *Mélanges de Philosophie et de Mathématiques de la Société de Turin*, *tom.* 1 et 2.

Giordano Riccati, *delle corde ovvero fibre elastiche*, *schediasma* 5, 6, 7.

66.

Le *son produit par la combustion du gaz hydrogène dans un tuyau* ne diffère pas du son des instrumens à vent. Le tuyau n'est pas le corps sonore, par les mêmes raisons qui font qu'un instrument à vent ne l'est non plus. Pour produire un tel son, on fait développer du gaz hydrogène par des moyens assez connus, dans une bouteille bouchée, d'où le gaz peut sortir par un tube de thermomètre ou de baromètre fixé dans le bouchon : on allume (avec les précautions nécessaires) le gaz sortant : on tient alors sur cette flamme un tuyau de verre ou de métal bouché ou

ouvert, d'un diamètre et d'une longueur arbitraire ; ou une bouteille, une cornue ou un autre vase semblable, de manière que la flamme soit enfoncée jusqu'à une certaine distance de l'ouverture ; le son est ordinairement assez semblable à celui de l'Harmonica, mais quelquefois beaucoup plus fort. La flamme doit être petite et tranquille; elle s'amincit sitôt que le son se fait entendre. Pour que la flamme soit ainsi disposée, et pour éviter que le tube, par lequel le gaz sort, ne se bouche pas par des vapeurs aqueuses condensées, il sera convenable de se servir d'un tube de baromètre un peu large, dont on a rétréci, à la lampe, l'ouverture supérieure. Les lois des vibrations sont les mêmes pour ces sons, que pour ceux des tuyaux d'orgue: le courant du gaz hydrogène, la flamme et peut-être aussi le courant d'air atmosphérique entrant de dessous, pour remplir le vide causé par l'absorption du gaz oxigène, tout cela contribue à produire dans l'air contenu dans le tuyau ou vase, des vibrations dans le sens de la longueur, qui se font sentir assez fortement, si l'on tient un doigt sous l'ouverture inférieure du tuyau. Si l'extrémité supérieure du tuyau est bouchée, le son est d'une octave plus grave que si le même tuyau est ouvert aux deux extrémités: on peut donc hausser ou baisser le son en bouchant plus ou moins une des ouvertures par les doigts ou d'une autre manière. Le son est le même que si l'on souffle dans l'ouverture, il est en raison des longueurs renversées des

tuyaux, mais il ne dépend pas du diamètre. J'ai réussi quelquefois à produire aussi le deuxième son et même le troisième dans un tuyau assez long et étroit, en enfonçant moins la flamme; la série possible des sons est alors, comme dans des tuyaux d'orgue, égale aux nombres impairs dans un tuyau bouché et aux nombres pairs dans un tuyau ouvert.

67.

La vitesse des vibrations de différentes matières aériformes, quand l'élasticité causée par la pression de l'atmosphère est la même, sera, selon la théorie, comme les racines carrées renversées de leurs pesanteurs spécifiques. Voici les résultats de quelques expériences que j'ai faites à Vienne, avec M. le Professeur de Jacquin, sur les sons de différentes espèces de gaz, dont le même tuyau d'orgue était rempli, environné et enflé.

Un tuyau d'orgue ouvert, d'étain, où la longueur de la colonne d'air vibrante était à peu près de 15 centimètres, était fixé dans le col d'une cloche de verre, munie d'un robinet et d'une vessie attachée en dehors. Après avoir vidé d'air la vessie, et rempli d'eau la cloche et le tuyau qu'elle contenait, en la plongeant sous l'eau, nous fîmes entrer dans la cloche et dans la vessie une quantité de gaz, suffisante pour que la hauteur de l'eau qui fermait la cloche, fût la même en dedans et en dehors; la compression du gaz était donc la même que celle de l'air libre. Le tuyau était enflé par une pression très-légère de la

vessie, avec beaucoup de précaution, pour éviter des changemens du son. La température était la même pendant toutes ces expériences, environ 10 à 12°. de Réaumur.

D'abord, pour savoir si la vîtesse des vibrations d'une matière aériforme était changée par cette clôture, nous remplîmes cet appareil d'air atmosphérique: le son était le même que dans l'air libre, mais plus faible.

Le son du gaz oxygène était plus grave d'un semiton ou presque d'un ton, ce qui s'accorde à peu près avec la théorie.

Le gaz azote ne voulait pas se conformer à la théorie. On devait présumer que le gaz oxygène comme plus pesant, devrait vibrer un peu plus lentement, et le gaz azote, comme plus léger, un peu plus vîte que l'air atmosphérique, et que le son de celui-ci devrait être un terme moyen entre les sons des deux espèces de gaz dont il est composé; mais pourtant le son du gaz azote (produit de trois différentes manières) était toujours un peu plus grave que celui de l'air atmosphérique, presque d'un semiton. Pour voir si le gaz employé était plus léger que l'air atmosphérique, nous avons pesé une de ces trois espèces; la quantité contenue dans un ballon de verre pesait 17, et la même quantité d'air atmosphérique, 18 grains.

Un mélange de gaz azote et de gaz oxygène a produit un son un peu plus aigu, que celui d'un de ces

fluides; il était égal à celui de l'air atmosphérique. Mais avant que le mélange de ces deux fluides fût devenu homogène par des pressions répétées de la vessie, le son n'était pas appréciable, parce que les vibrations ne pouvaient pas être isochrones.

Le gaz hydrogène produisit des sons beaucoup plus aigus que l'air atmosphérique, mais pas autant que la théorie l'exige. Le son du gaz produit par le fer et l'acide sulfurique était plus aigu d'un peu plus d'une octave, par le zinc et l'acide muriatique d'une neuvième, par les vapeurs que l'on fait passer par un tube de fer échauffé, un peu plus d'une dixième mineure.

Le son du gaz acide carbonique était plus grave presque d'une tierce majeure que celui de l'air atmosphérique, ce qui est conforme à la théorie.

Le son du gaz nitreux était à peine appréciable; autant qu'il était possible de l'observer, il était plus grave à peu près d'un semiton que celui de l'air atmosphérique.

Ces expériences imparfaites, qu'il faudrait répéter avec encore plus d'exactitude, montrent au moins que les fluides aériformes plus légers vibrent avec plus de vitesse que les fluides plus pesans, hormis quelques petites différences causées par des qualités chimiques.

SECTION V.

VIBRATIONS D'UNE VERGE OU D'UNE BANDE DROITE.

A. *Vibrations transversales.*

68.

Les vibrations transversales d'une verge ou d'une bande droite (c'est-à-dire d'un corps rigide, droit, filiforme, où les changemens de forme par les vibrations peuvent être exprimés par des lignes courbes) sont différentes, selon qu'une ou deux extrémités sont *fixées* (dans un étau ou dans un mur) ou *appuyées* (contre un corps immobile), ou *libres*. Voilà les cas possibles, où les changemens de la forme et les rapports des sons qui en dépendent, sont différens :

1° Si *l'un des bouts* est *fixé*, et *l'autre libre* ;
2° Si *l'un des bouts* est *appuyé*, et *l'autre libre* ;
3° Si les *deux bouts* sont *libres* ;
4° Si les *deux bouts* sont *appuyés* ;
5° Si les *deux bouts* sont *fixés* ;
6° Si *l'un des bouts* est *fixé* et *l'autre appuyé*.

Pour n'être pas mal entendu, il faut remarquer,

qu'ici il est question seulement des vibrations des verges cylindriques ou prismatiques et des bandes étroites (ou verges parallélépipédiques), qui ne sont pas susceptibles d'autres vibrations transversales, que de celles qui peuvent être exprimées par une courbure linéaire. Des bandes ou lames plus larges appartiennent aux plaques rectangulaires, dont les vibrations seront expliquées dans la section VII.

Pour faire des expériences on pourra se servir de verges de verre, de fer ou d'une autre matière assez rigide. Si l'on se sert de lames étroites, les nœuds de vibrations se rendront visibles par les mêmes moyens, que pour les vibrations des plaques.

69.

Dans le premier cas, où *l'une des extremités* est *fixée* et *l'autre libre*, la manière de vibrer la plus simple est celle où (fig. 20) la verge entière fait des vibrations, alternativement en deçà et en delà, et l'axe n'est coupé nulle part par la courbe, mais seulement touché au bout fixé. Elle donne le son le plus grave qui peut être produit sur la même verge. Dans les autres manières de vibrations l'axe est coupé par la courbe 1, 2, 3 ou plusieurs fois. Le meilleur moyen pour produire ces sons à volonté, est de toucher légérement un nœud de vibration avec un doigt, et de mettre en mouvement par un archet de violon uue partie vibrante. Dans le deuxième son (fig. 21)

la vîtesse est à celle du premier, comme le carré de 5 au carré de 2, ou comme 25 à 4; la différence des sons est donc de deux octaves et d'une quinte superflue.

En séparant le premier son, les vîtesses de tous les autres, à compter du deuxième (fig. 21), seront entre elles comme les carrés des nombres 3, 5, 7, 9, etc.; le troisième, où il y a deux nœuds, surpassera donc le deuxième d'une octave et d'une quarte superflue; dans le quatrième la hauteur augmentera presque d'une octave; dans le cinquième, presque d'une sixte majeure, etc. Pour réduire à la même hauteur tous les rapports des sons dont une verge ou bande est susceptible dans le cas mentionné et dans tous les autres, je regarderai le son pour le mouvement le plus simple (fig. 20), comme l'*ut* plus grave d'une octave que le premier du clavier, ou, suivant l'expression adoptée dans le § 29, comme $\overline{ut}$; ainsi les rapports possibles des sons d'une telle verge seront :

Nombre des nœuds :	0	1	2	3	4	5
Sons :	$\overline{ut}$	*sol*✱ 2	*ré* 4	*ré* 5 —	*si*♭ 5	*fa* 6 +
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	(2)	(5) 3	5	7	9	11
etc.						

La série possible des sons sera donc, en regardant le fondamental comme unité : 1, $6\frac{1}{4}$, $17\frac{13}{36}$, $34\frac{1}{36}$, $56\frac{1}{4}$, etc., ou exprimée en nombres entiers : 36, 225, 625, 1225, 2025, etc.

On se sert du premier son d'une pareille verge sur le violon de fer. Je m'en suis servi pour le tonomètre décrit dans la note pour le § 5.

70.

Dans le deuxième cas, où *l'une des extrémités* est *appuyée* et *l'autre libre*, il n'existe pas des vibrations de la verge entière, et dans les manières de vibrer où il y a des nœuds, ils sont un peu plus éloignés du bout libre que dans le premier cas, et les formes auxquelles la verge se plie, sont différentes, comme aussi les rapports des sons qui leur conviennent, parce qu'une partie, dont un bout est fixé, est plus gênée dans ses vibrations, que si le même bout est appuyé. La manière de vibrer la plus simple, est celle où un nœud de vibration se trouve à peu près à la distance d'un tiers du bout libre (fig. 22); dans la deuxième (fig. 23) il y a deux nœuds de vibration, dont le plus voisin du bout libre en est éloigné à peu près d'un cinquième de la longueur de la verge, etc. Pour produire à volonté ces manières de vibrations, il faudra, en tenant légérement entre deux doigts un endroit où il y a un nœud, appuyer la verge contre une table ou un autre objet fixe et mettre en mouvement, par un archet de violon, le milieu d'une par-

tie vibrante ou l'extrémité libre. La série possible des sons est égale aux carrés de 5, 9, 13, 17 etc.; le son le plus grave dans ce cas est à celui qui a lieu dans le premier cas, comme 625 à 144; la même verge ou bande, qui aura donné les sons mentionnés dans le premier cas, donnera dans ce cas les sons suivans :

Nombre des nœuds :	1	2	3	4	5	6
Sons :	*ré* 2	*si*♭ 3	*si* 4—	*sol** 5	*ré** 6 +	*la* 6
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	5	9	13	17	21	25
etc.						

71.

Si, dans le troisième cas, les *deux extrémités* sont *libres*, dans la manière la plus simple de vibrations (fig. 24) il y a deux nœuds; dans la deuxième (fig. 25) il y en a trois, etc., et la longueur d'une partie entre deux nœuds est à peu près le double d'une partie située à une extrémité. Le son le plus grave est à celui du premier cas, comme 25 à 4, et à celui du deuxième cas, comme 36 à 25, et la série des sons est comme les carrés de 3, 5, 7, 9, etc. La même verge, dont les sons sont mentionnés pour le pre-

mier et le deuxième cas, donnera, quand les deux bouts sont libres, les sons suivans :

Nombre de nœuds :	2	3	4	5	6	7
Sons :	*sol** 2	*ré* 4	*ré* 5 —	*si*♭ 5	*fa* 6 +	*si* 6 —
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	3	5	7	9	11	13
etc.						

Ces sons sont les mêmes que dans le premier cas (excepté le premier son), quoique les courbes soient très-différentes.

Pour faire des expériences sur cet objet, on pourra mettre la verge ou la bande dans deux endroits où il y a des nœuds, sur des chevalets d'une matière un peu molle (par exemple de liége), et, en la pressant légérement avec les doigts sur les chevalets, frapper, ou frotter avec un archet de violon une partie vibrante.

On se sert de la première manière de vibrations (fig. 24) pour des carrillons, où l'on frappe des bandes de verre, demétal ou de bois. On y a aussi appliqué un clavier, par exemple à Stuttgardt (où l'habile facteur d'instrumens Hauk les fait très-bien), à Paris, à Londres, etc.

72.

Si les *deux extrémités* sont *appuyées*, ce qui est le quatrième cas, la verge se plie aux mêmes courbures qu'une corde vibrante ; mais les rapports des sons sont très différens, parce qu'ils ne sont pas égaux à la série naturelle 1, 2, 3, 4, etc., mais aux carrés de ces nombres. Pour faire les expériences, on presse des planches ou autres choses contre les deux extrémités de la verge, de manière qu'elles ne puissent pas se déplacer, et l'on frotte le milieu d'une partie vibrante avec un archet de violon, en touchant, s'il est nécessaire, un nœud de vibration, comme pour produire les sons des parties aliquotes d'une corde. Dans le mouvement le plus simple (fig. 1), égal à celui du son fondamental d'une corde, le son est au son le plus grave du premier cas (fig. 20), comme 25 à 9 ; à celui du deuxième cas (fig. 22), comme 16 à 25, et à celui du troisième cas (fig. 24), comme 4 à 9. La même verge qui a donné les sons mentionnés, donnera dans ce cas les sons suivans :

Nombre des nœuds :	0	1	2	3	4	5
Sons :	fa* 1	fa* 3	sol* 4	fa* 5	ré 6	sol* 6
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	1	2	3	4	5	6
etc.						

73.

73.

Dans le cinquième cas, où les *deux extrémités* sont *fixées* (par exemple dans deux étaux), la verge pourra aussi vibrer ou entière, ou partagée en 2, 3, 4, ou plusieurs parties vibrantes ; mais les courbes, dont on se pourra faire une idée en comparant la fig. 26 à la fig. 1, et les rapports des sons, diffèrent du cas précédent. Les sons sont les mêmes que dans le troisième cas où les deux bouts sont libres, malgré la grande diversité des courbures. La série des sons de la même verge, qui, selon les différentes manières de la traiter, a donné les sons mentionnés, sera :

Nombre de nœuds :	0	1	2	3	4	5
Sons :	*sol** 2	*ré* 4	*ré* 5 —	*si*♭ 5	*fa* 6 +	*si* 6 —
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	3	5	7	9	11	13
etc.						

Les expériences et leurs résultats ne seront jamais fort exacts, car on ne pourra pas serrer les extrémités d'une verge ou bande dans deux étaux, sans la raccourcir un peu ; et si on la serre assez fortement, elle est trop gênée pour les petites dilatations nécessaires à cause de la différente longueur de la

courbe et de la ligne droite; mais en la serrant moins, les vibrations se conformeront quelquefois plus à celles décrites dans les §§ 72 et 74.

74.

Dans le sixième cas, où *l'une des extrémités est fixée* et *l'autre appuyée*, la verge ou bande vibre aussi, ou entière, ou partagée en 2, 3, 4 et plusieurs parties; mais les courbes et les sons diffèrent de ceux qui ont lieu dans les deux cas précédens. Pour le premier son, la courbe, qui n'est pas symétrique à ses deux extrémités, est représentée dans la fig. 27. Les sons de toutes les manières de vibrations sont les mêmes que dans le deuxième cas, où l'un des bouts est appuyé et l'autre libre, malgré la diversité des courbures. La même verge donnera donc les sons suivans :

Nombre de nœuds :	0	1	2	3	4	5
Sons :	*ré* 2	*si*♭ 3 +	*si* 4 —	*sol** 5 —	*ré* 6 +	*la* 6
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	5	9	13	17	21	25
etc.						

Pour faire des expériences on pourra serrer une extrémité dans un étau, et faire appuyer par un autre,

ou par une machine à l'autre extrémité, une planche ou autre chose assez immobile. On produit alors les sons en mettant en mouvement une partie vibrante comme dans les cas précédens.

75.

Si n exprime le nombre relatif qui convient à chaque manière de vibrer d'une verge, D son épaisseur, L sa longueur, R la rigidité de la matière, G la pesanteur spécifique, h la hauteur de laquelle un corps pesant tombe dans une seconde, et S le nombre des vibrations qui se fait par seconde, la vitesse des vibrations transversales de cette verge ou bande, comme aussi des vibrations de tous les corps rigides dont la forme est la même, sera $S = \frac{n^2 D}{L^2} \sqrt{\frac{2hR}{G}}$.

Or, si la matière des verges et la manière de vibrer sont les mêmes, S est $= \frac{D}{L^2}$; les sons seront donc d'autant plus aigus, que les verges sont plus épaisses, et si les longueurs sont différentes, les sons seront comme les carrés renversés des longueurs.

La largeur n'influe pas sur le son. Si une lame rectangulaire est assez large pour être regardée comme plaque, les manières de vibrer qui répondent à celles d'une verge, donneront pourtant les mêmes sons, comme si la largeur n'était que celle d'une bande étroite; mais la force sera différente.

Les différens sons qu'on peut produire sur la même

verge, pourront être exprimés par n^2, c'est-à-dire par les carrés de certains nombres qui font des progressions arithmétiques.

Si la manière de vibrations est la même, la rigidité de la matière R sera $= \frac{S^2\ L^4\ G}{D^2}$. On peut donc déterminer par le son la rigidité des matières, laquelle, si les dimensions des corps rigides sont les mêmes, sera $= S^2 G$, ou comme les carrés des nombres de vibrations, multipliés par la pesanteur des matières.

Si la matière et la forme sont les mêmes, mais que la grandeur soit différente, de manière que toutes les dimensions augmentent ou diminuent également, les sons, la manière de vibrer étant la même, seront comme les racines cubiques renversées des poids des corps sonores.

Si quelques auteurs (par exemple *Nicomachus Gerasenus*, *Jamblichus*, *Gaudentius*, *Macrobius*, *Boethius*, etc.) ont prétendu que Pythagore à trouvé les sons des marteaux dans une forge, correspondans à leurs poids, cela n'est pas conforme à la nature ; les sons étant plutôt comme les racines cubiques renversées des poids. Les mêmes auteurs prétendent aussi que Pythagore a trouvé les sons des cordes dans les rapports des poids tendans, ce qui n'est pas vrai non plus ; les sons étant comme les racines carrées de la tension.

76.

Dan. Bernoulli a analysé le premier avec succès les vibrations transversales des verges et bandes, dans le *tome* 13 des *Nov. Comment. Academiæ Petrop.* *L. Euler*, après avoir publié des recherches très-imparfaites dans sa *Methodus inveniendi curvas maximi minimique proprietate gaudentes*, *add.* 1 *de curvis elasticis*, § 282 *sequ.*, a donné une théorie complette dans son mémoire : *Investigatio motuum quibus laminæ et virgæ elasticæ contremiscunt, in Act. Acad. Petrop. pro ann.* 1779, *P.* 1. *p.* 103 *seq.*; dont tous les résultats se constatent par l'expérience, excepté ce qu'il a ajouté sur les vibrations des anneaux. *Giordano Riccati* a aussi publié des recherches très-exactes sur les vibrations d'une verge, dont les deux extrémités sont libres, dans son mémoire : *Delle vibrazioni sonore dei cilindri*, qui se trouve dans le tome 1 des *Memorie di matematica e fisica delle Società Italiana.*

B. *Vibrations longitudinales.*

77.

Outre les vibrations dont on vient de parler, une verge ou bande d'une longueur suffisante est encore susceptible d'une infinité d'autres vibrations, dans lesquelles ce corps entier, ou les parties, suivant lesquelles il se partage, se contractent et se dilatent dans

les sens de l'axe (ou de la longueur), en s'appuyant alternativement vers l'un et l'autre nœud de vibration, ou point fixé. Aux nœuds de vibration les compressions et les dilatations sont les plus grandes, mais il n'y a point d'excursions des molécules; au milieu entre deux nœuds, et à un bout libre, les excursions des molécules sont les plus grandes, mais il n'y a point de compression et de dilatation. Plus un endroit est éloigné d'un nœud, plus les excursions s'agrandissent et les compressions et les dilatations sont moindres. Une partie vibrante qui se trouve à une extrémité libre, a toujours la moitié de longueur d'une partie contenue entre deux limites immobiles, qui doit être regardée comme composée de deux parties contiguës au bout libre. J'appellerai donc (comme dans la section IV) une partie située entre deux limites immobiles, *partie double*, et la moitié d'une telle partie, ou une partie située à une extrémité libre, et dont l'un des bouts est immobile et l'autre mobile, *partie simple*. Les lois de ces vibrations sont exactement les mêmes que pour les vibrations longitudinales de l'air dans un tuyau (§ 56—61); une verge, dont *une extrémité* est *fixée* et *l'autre libre*, vibre comme l'air dans un tuyau dont une extrémité est bouchée; si les *deux extrémités* d'une verge sont *libres*, elle vibre comme l'air dans un tuyau ouvert, et si les *deux extrémités* sont *fixées*, elle fait ses vibrations comme l'air pourrait vibrer dans un tuyau dont les deux extrémités sont bouchées.

J'ai publié les premières recherches sur ces

vibrations, dans les *Act. Acad. Elect. Mogunt. Erford.* 1796.

78.

Pour faire des expériences, il faut se servir de verges droites, assez longues et d'un diamètre qui n'est pas trop grand. Il est indifférent si la forme est cylindrique, prismatique ou aplatie. Si la surface est polie, il sera plus facile de produire les sons. Il faut frotter une partie vibrante dans le sens de la longueur avec un petit morceau de drap, sur lequel on met un peu de poudre de colophane, si la verge est de métal ou de bois; mais si la verge est de verre, par exemple, si l'on se sert de longs tubes de baromètres ou de thermomètres, il est mieux de mettre sur ce petit morceau de drap mouillé d'eau, un peu de sable très-fin, ou poudre de pierre-ponce. Dans tous les cas où la verge se partage en des parties vibrantes, on la tient dans un endroit où il y a un nœud de vibration, avec les extrémités des doigts. Ces sons étant extrêmement aigus, il faut se servir de verges très-longues.

79.

Si *l'une des extrémités* est *fixée* (dans un étau) et *l'autre libre*, la verge entière peut s'alonger et se raccourcir alternativement (fig. 31 *a* et *b*), de manière que chaque molécule s'approche et s'éloigne alternativement de l'extrémité fixée; il n'y a donc qu'une

simple partie vibrante (selon les §§ 58 et 77). Il faudra regarder ce mouvement comme l'unité, tant pour le son, qui est le plus grave de tous, que pour les longueurs et pour les nombres de parties vibrantes dans les autres mouvemens longitudinaux. Pour produire ce son, on peut frotter la verge dans toute son étendue de la manière indiquée dans le § 78. Dans le deuxième son (fig. 32 *a* et *b*) il y a à la distance d'un tiers du bout libre un nœud, duquel les parties vibrantes s'approchent et s'éloignent mutuellement, comme l'air dans la fig. 18. La verge se partage donc en une partie double et une partie simple, ce qui équivaut à trois parties simples; le son est au premier comme 3 à 1, c'est-à-dire, plus aigu d'une douzième ou de la quinte de l'octave. On produit ce son en tenant le nœud légérement avec les bouts des doigts et en frottant ou le milieu de la partie double, ou l'extrémité libre. Dans le troisième son la verge se partage en deux parties doubles et une simple, dont les mouvemens sont représentés dans la fig. 33 *a* et *b*; le nombre des parties simples et le son répondent au nombre 5, le son est donc plus aigu que le deuxième, d'une sixte majeure. Dans tous les autres mouvemens longitudinaux d'une pareille verge, les nombres des parties simples et les sons seront comme les autres nombres impairs.

80.

Si les *deux extrémités* sont *libres*, dans le mouve-

ment le plus simple (fig. 28 *a* et *b*) il se forme au milieu un nœud de vibration, duquel les deux parties simples s'approchent et s'éloignent mutuellement, en s'appuyant l'une contre l'autre. Le son, conforme aux longeurs renversées, ou aux nombres des parties vibrantes, est au premier son, dans le cas précédent (§ 79), comme 2 à 1; il est donc plus aigu d'une octave. Pour produire ce son, il faut tenir la verge au milieu avec les extrémités des doigts, et frotter une des deux moitiés. La deuxième manière de vibrations est celle où se forment deux nœuds, éloignés des extrémités d'un quart de la longueur de la verge; elle se partage donc en une partie double et deux simples, ou en 4 parties simples, dont les mouvemens sont comme dans la fig. 29*a* et *b*. Le son, conforme au nombre 4, est plus aigu d'une octave que le premier. La troisième manière de vibrer est celle où la verge se partage en deux parties doubles et deux simples (fig. 30 *a* et *b*), ce qui est égal à 6 parties simples; le son qui est aussi conforme au nombre 6, surpasse le deuxième d'une quinte. De même toutes les autres manières de vibrations possibles seront conformes aux nombres pairs, pour la division en parties simples et pour les sons.

81.

Si les *deux extrémités* sont *fixées*, par exemple, dans deux étaux, dans la première manière des vibrations (fig. 34 *a* et *b*) la verge entière a un mouve-

ment alternatif vers l'un et l'autre point fixe ; dans le deuxième son (fig. 35 *a* et *b*) elle se partage en deux parties doubles, qui s'appuient alternativement aux extrémités fixes et au nœud qui se trouve au milieu ; dans le troisième son (fig. 36 *a* et *b*) elle se partage en trois parties doubles, etc. Les nombres des parties simples et les sons correspondans seront les mêmes que dans le cas précédent (§ 80) où les extrémités étaient libres.

Les vibrations longitudinales d'une corde, (§ 43 — 45) peuvent être regardées comme les vibrations analogues d'une verge dont les deux bouts sont fixés ; car le son ne dépend pas de la tension, parce qu'elle est trop peu considérable en comparaison de la rigidité interne, c'est-à-dire de la résistance à la compression ou à la dilatation de la matière.

82.

Les sons des verges, si la matière et la manière de vibrer sont les mêmes, sont en raison renversée des longueurs : l'épaisseur ne détermine pas par le son, mais il est très différent selon la différence des matières. Ayant fait beaucoup d'expériences sur la vitesse relative des vibrations longitudinales de différentes matières, je me suis servi des verges ou bandes aussi longues qu'il était possible ; mais j'ai reduit les résultats à une verge de 2 pieds du Rhin de longueur, et au premier mouvement, quand les deux bouts sont libres (fig. 28). La colonne d'air renfermée

dans un tuyau d'orgue ouvert, de la même longueur, donne le premier *ut* du dessus, ou selon la manière d'expression adoptée ici, *ut* 3; mais les sons de toutes les matières rigides sont beaucoup plus aigus. Une verge de la même longueur de

Baleine a donné .... *la* 5,
Étain .... *si* 5,
Argent .... *ré* 6,
Bois de noyer } .... *fa* 6.
Bois d'if }

Si les fibres de ces bois avaient été exactement droites, le son aurait été un peu plus aigu.

Cuivre jaune ..... }
Bois de chêne ..... } .... *fa* 6.
Bois de prunier .... }
Tubes de pipes de tabac ..... *mi* 6 .... *sol* 6
Cuivre .... presque *sol* 6,
Bois de poirier .... }
Bois de hêtre rouge. } .... *sol*♯ 6 ... *la* 6,
Bois d'érable ..... }
Bois d'acajou .... }
Bois d'ébène ..... }
Bois de charme ... } ..... à peu près *si*♭ 6.
Bois d'orme ...... }
Bois d'aune ...... }
Bois de bouleau ... }
Bois de tilleul .... presque *si* 6.
Bois de cerisier .... *si* 6,
Bois de saule ..... } .... *ut* 7.
Bois de pin ..... }

Si les fibres de ces bois n'étaient pas assez droites, le son était plus grave, quelquefois d'une tierce.

Verre .... } .... *ut** 7
Fer ou acier ..... }
Bois de sapin .... *ut** 7 ou presque *ré* 7.

Cependant ces rapports des vitesses ne peuvent pas être fort exacts à cause des différences internes de la même matière, qui peuvent quelquefois hausser ou baisser le son. Toutes ces vitesses surpassent beaucoup celle de l'air: la vitesse du verre, du fer et du bois de sapin jusqu'à 17 ou 18 fois. Mais si l'on excepte la baleine et l'étain, dont les sons à cause du peu de rigidité, sont très-imparfaits, les sons de toutes les autres matières rigides diffèrent entre eux à peu près d'une octave. Il me semble que les sons des matières différentes dépendent des différens rapports de la rigidité longitudinale, et de la pesanteur spécifique. Si, par exemple, le verre, le fer et le bois de sapin ont donné presque le même son, on peut présumer qu'une de ces qualités est compensée par l'autre, pour donner presque le même résultat. Vraisemblablement, si n exprime la vitesse relative qui convient à la manière de vibrer, L la longueur, C la rigidité et G la pesanteur spécifique, le son d'une verge ou bande sera $= \frac{n}{L} \sqrt{\frac{C}{G}}$.

83.

Pour mieux distinguer les qualités et les lois tout-

à-fait différentes des vibrations transversales et longitudinales d'une verge ou bande, je mettrai les unes vis-à-vis les autres dans la Table suivante :

Qualités des vibrations transversales :	*Qualités des vibrations longitudinales.*
On produit le mouvement dans une direction transversale.	On produit le mouvement dans le sens de la longueur (ou de l'axe.)
La verge forme différentes lignes courbes, en faisant des excursions transversales.	La verge se contracte et se dilate de différentes manières dans le sens de l'axe.
Les sons sont dans les rapports des carrés de certains nombres qui font des progressions arithmétiques.	Les sons sont dans les rapports des séries des nombres impairs et pairs.
Les sons sont comme les carrés renversés des longueurs.	Les sons sont comme les longueurs renversées.
Les sons sont dans le rapport de l'épaisseur.	L'épaisseur n'influe pas sur le son, excepté si elle est fort inégale, ce qui peut changer un peu le son.
Ils sont comme les racines carrées de la rigidité transversale, c'est-à-dire de la résistance contre des flexions,	Vraisemblablement les sons sont comme les racines carrées de la rigidité longitudinale, c'est-à-dire de la résistance contre des compressions et dilatations,
Et comme les racines carrées renversées de la pesanteur spécifique.	Et comme les racines carrées renversées de la pesanteur spécifique.

C. *Vibrations tournantes.*

84.

Une verge ou bande est encore susceptible d'autres espèces de vibrations sonores, que j'appelle *vibrations tournantes*, parce que la verge ou ses parties séparées par des nœuds de vibrations, se tournent par un espace extrêmement petit, autour de l'axe alternativement en sens opposé, de manière qu'une partie se tourne à droite, pendant que la partie située au-delà du nœud, se tourne à gauche. Ces torsions sont dans chaque endroit d'autant plus petites, que cet endroit est plus près d'un nœud; aux nœuds mêmes il n'y a point de mouvement.

J'ai publié les premières recherches sur ces vibrations dans le tome 2 des nouveaux Mémoires de la Société des Scrutateurs de la nature à Berlin (*Neue Schriften der Berliner Gesellschaft naturforschender Freunde*) 1799.

85.

On produira ces vibrations le plus facilement sur des verges cylindriques dont la surface est polie, si l'on opère de même que j'ai indiqué pour les vibrations longitudinales dans le § 78, excepté qu'il ne faut pas frotter longitudinalement, mais autour de l'axe, dans une direction circulaire, à droite ou à gauche. On les peut aussi quelquefois produire

sur des verges prismatiques ou parallélépipèdes, en frottant dans une direction diagonale très-légérement avec un archet de violon, avec les précautions nécessaires pour éviter des vibrations transversales.

Si l'on met un peu de sable sur la surface d'une verge prismatique ou parallélépipède, il restera tranquille sur une ligne étroite longitudinale au milieu de chaque côté, comme aussi sur les nœuds de vibration.

86.

Les divisions d'une verge ou *fixée à l'une des extrémités*, ou *libre*, ou *fixée aux deux extrémités*, comme aussi les séries des sons qui conviennent à ces manières de divisions, suivent les mêmes lois que dans les vibrations longitudinales, excepté que *le son d'une verge cylindrique ou prismatique est toujours plus grave d'une quinte, que si la verge partagée de la même manière, vibre longitudinalement.*

87.

Ces vibrations tournantes semblent mériter une attention particulière, parce qu'elles pourront peut-être fournir des moyens pour déterminer par la théorie, les vibrations des plaques qui ne peuvent pas être exprimées par des courbures linéaires. Dans ces mêmes mouvemens tournans dont il est question ici, il se montrera sur une bande ou lame rectangulaire

plus large, des lignes nodales, comme les fig. 49, 50, 54, 55, 56, 59, 60, 61. Tous les mouvemens des plaques où il y a une ligne nodale dans le sens de la longueur, pourront être réduits à ces vibrations tournantes, en regardant cette ligne comme l'axe, comme, par exemple, dans les fig. 63, 66*a*, 74*a*, 99—102, 183—187, et beaucoup d'autres où les mêmes mouvemens tournans sont modifiés différemment par la forme des corps sonores.

SECTION VI.

SECTION VI.

Vibrations des verges courbes.

88.

Les vibrations d'une *fourche*, c'est-à-dire d'une verge ou bande courbée au milieu, de manière que les deux branches soient parallèles, ne diffèrent pas essentiellement des vibrations transversales d'une verge droite dont les deux extrémités sont libres (§ 71), et ne peuvent pas être jugées exactement sans comparer les unes avec les autres. Si l'on courbe dans son milieu une verge ou bande droite de fer, de cuivre, de verre, ou d'une autre matière assez sonore, de manière qu'elle se plie peu à peu aux figures 37 *aa*, *bb*, *cc*, *dd*, *ee*, on pourra observer le passage des mouvemens et des sons d'une verge droite à ceux d'une fourche. Par la flexion au milieu, comme en général par chaque flexion d'une partie vibrante, les nœuds s'approchent de plus en plus, ainsi que je l'ai marqué dans la fig. 37, par des petites lignes ponctuées ; et chaque son devient plus grave que s'il y a le même nombre de nœuds sur une verge ou bande droite ; de manière que la série des sons qui con-

vient aux mouvemens d'une pareille verge, et qui est égale aux carrés des nombres 3, 5, 7, 9, etc. passe dans une autre qui ne ressemble pas à celle-ci.

Dans le mouvement le plus simple, les deux branches s'approchent et s'éloignent mutuellement, et la fourche se plie alternativement aux formes représentées dans la fig. 38, *npgqf* et *bphqm*. En comparant les fig. 24 et 38, on trouvera qu'elles ne diffèrent pas essentiellement, mais que l'axe est changé et que les deux nœuds sont assez rapprochés par la flexion au milieu, pour les regarder sans une attention particulière comme un seul nœud. Le son est plus grave d'une sixte mineure (ou plutôt, comme il me semble, d'une quinte superflue, 16:25, ou 4[a] à 5[a]) que le premier son de la même verge, si elle était droite.

Une fourche n'est pas susceptible d'une manière de vibrer, où il y aurait trois nœuds de vibration, un au milieu et un à chaque branche, conforme à la deuxième espèce de vibrations d'une verge droite (fig. 25.) Plus on courbe une verge au milieu, comme dans la fig. 37, plus il est difficile de produire cette manière de vibrations, et enfin elle devient tout-à-fait impraticable.

La deuxième espèce de vibrations d'une fourche est celle où il y a 4 nœuds de vibrations, (fig. 39) *mnte*, deux très rapprochés au milieu et un à chaque branche : la fourche se plie alternativement aux courbes *pdhgc* et *kfqzb*, et le son est plus aigu, que le premier, de deux octaves et d'une quinte su-

perflue ; le premier son étant au deuxième, comme le carré de 2 au carré de 5, ou comme 4 à 25. Mais il faut regarder le premier son comme isolé de la série des autres, laquelle est, à compter du deuxième, comme les carrés de 3, 4, 5, 6, etc.

Dans le troisième son (fig. 40) il y a cinq nœuds, un au milieu et deux à chaque branche ; le son est plus aigu que le deuxième, d'une septième mineure 9 : 16 ; dans le quatrième son (fig. 41), où la hauteur augmente d'une quinte superflue 16:25, il y a six nœuds ; dans le cinquième (fig. 42) il y en a 7, et la hauteur augmente d'une quinte diminuée 25 : 36, etc. Voici la série des sons d'une fourche faite en courbant la même verge dont les vibrations transversales ont donné les sons mentionnés dans la section précédente :

Nomb. des nœuds :	2 fig. 38	3	4 fig. 39	5 fig. 40	6 fig. 41	7 fig. 42	8
Sons :	*ut* 2	manque.	*sol** 4	*fa** 5	*ré* 6	*sol** 6	*ré* 7 —
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	(2)		(5) 3	4	5	6	7
etc.							

Cette série de sons, à compter du deuxième, etc, est la même que si la verge était droite et appuyée aux deux extrémités (§ 72), à compter du troisième son. Dans les manières de vibrer où il y a au milieu deux nœuds très rapprochés (fig. 38, 39, 41) les

sons sont les mêmes que ceux d'une verge dont une extrémité est fixée et l'autre libre (§ 69), mais ils deviennent plus aigus de deux octaves; parce que l'équilibre des deux branches, dont l'une s'appuie contre l'autre, les fait vibrer comme des verges dont une extrémité est fixée.

Pour faire des expériences, il sera convenable de se servir de verges parallélépipédiques, ou de bandes de quelques lignes de largeur, où l'on frotte une extrémité avec un archet de violon, en touchant avec les extrémités des doigts le nœud de vibration le plus proche de l'extrémité. On pourra rendre visible chaque nœud, en tenant cet endroit dans une direction horizontale, et y mettant un peu de sable.

Outre ces vibrations transversales, une fourche assez longue est aussi susceptible de vibrations tournantes et peut être aussi de vibrations longitudinales.

89.

Un *anneau*, c'est-à-dire une verge cylindrique (ou prismatique) pliée dans une forme circulaire et soudée exactement aux extrémités, se partage dans ses vibrations en 4, 6, 8, 10, ou plusieurs parties égales, et les rapports des sons qui conviennent à ces manières de vibrer, sont comme les carrés de 3, 5, 7, 9, etc. Pour produire chaque manière de vibrations, on met l'anneau en trois endroits où il y a des nœuds, sur des petits chevalets de liége, de papier comprimé, ou d'une autre matière un peu molle,

en le pressant légérement avec les extrémités de deux doigts sur ces chevalets, pour qu'il ne remue pas ; on frotte alors une partie vibrante avec un archet de violon. Les vibrations se feront plus facilement, si l'anneau mis horizontalement, est frotté dans une direction verticale, parce que la forme voûtée de l'anneau empêche ses parties de vibrer avec la même facilité en dedans et en dehors. Pour frotter l'anneau verticalement, on pourra mettre les chevalets sur une table, de manière que la partie vibrante de l'anneau qu'on veut mettre en mouvement, saille un peu hors du bord de la table; par exemple, pour produire le mouvement le plus simple, où l'anneau se partage en quatre parties vibrantes, on met (fig. 43) l'anneau près du bord de la table *ab*, de manière que les deux nœuds *m* et *n* et encore un autre (*p* ou *q*) reposent sur des chevalets, et que la partie *mgn* saille hors du bord de la table : on presse un peu les endroits *m* et *n* avec les extrémités de deux doigts sur les chevalets, et l'on frotte auprès de *g* de bas en haut. On pourra produire de même les autres manieres de vibrations, si l'on change les distances des chevalets.

Si le son le plus grave d'un anneau est *ut* 2, il pourra faire entendre les sons suivans :

SECTION VII.

VIBRATIONS DES PLAQUES.

A. *Remarques générales.*

91.

DANS la plupart des mouvemens d'une plaque (comme aussi dans ceux d'une cloche et d'une membrane tendue) les changemens de forme ne peuvent pas être exprimés par des courbures linéaires, comme dans les vibrations transversales d'autres corps sonores, mais par des surfaces courbées différemment dans chaque sens; et les nœuds ne sont pas des points immobiles mais des lignes immobiles, qu'on peut appeler *lignes nodales*.

Mes premières recherches sur les vibrations des plaques se trouvent dans: *Entdeckungen über die Theorie des Klanges* (Découvertes sur la Théorie du son). Leipzig, 1787.

92.

Pour produire chaque espèce de mouvement vibratoire d'une plaque, et pour rendre visibles les lignes nodales, il faut tenir un (ou plus d'un) endroit immobile, et mettre en mouvement un endroit mo-

bile par un archet de violon, après avoir répandu sur la surface un peu de sable, qui est repoussé par les tremblemens des parties vibrantes et s'accumule sur les lignes nodales.

A cette règle générale il faut ajouter quelques remarques pour faciliter les expériences.

Les plaques peuvent être de verre ou d'un métal assez sonore, par exemple de cuivre rouge ou jaune. On pourra même se servir de plaques de bois, mais les figures ne seront pas regulières, parce que l'élasticité n'est pas la même dans les différens sens. Ordinairement je me suis servi de plaques de verre, parce qu'il est plus facile de les avoir à son gré, et parce que leur transparence permet de voir les endroits où on les touche de dessous. Des plaques très-minces sont préférables à des plaques plus épaisses, étant plus facile de les mettre en mouvement, parce qu'elles peuvent se plier de manières plus différentes. La grandeur est arbitraire; pour les figures les plus simples un diamètre de 3 à 6 pouces sera suffisant; mais pour produire des figures plus compliquées, il faut se servir de plaques plus grandes. Pour que les figures se montrent assez régulières, il faut que l'épaisseur soit partout la même. Les glaces à miroirs ne sont pas préférables aux verres à vitres, parce que les surfaces ne sont pas toujours parallèles. Il est nécessaire d'ôter le tranchant au bord, par une lime ou par le frottement sur une pierre de grès, afin que les crins de l'archet ne soient pas endommagés.

Il faut tenir la plaque dans un endroit où deux lignes nodales se coupent (s'il y en a), parce que, si l'on veut tenir un autre endroit sur une ligne nodale, on empêche trop les vibrations des parties voisines, ces lignes nodales n'étant que des lignes mathématiques qui n'ont point de largeur. Par cette raison les figures, dans lesquelles il n'y a point de lignes nodales qui se coupent, comme, par exemple, les fig. 67*a*, 104, 109*a*, sont les plus difficiles à produire; ceux qui ont les doigts trop gros, ou qui n'ont pas la force suffisante, n'y réussiront jamais. Il faut tenir la plaque avec les extrémités du pouce et d'un autre doigt, et les serrer avec beaucoup de force, pour que la plaque ne remue pas quand on applique l'archet. Ceux qui n'ont pas la force suffisante, ou dont les doigts ne sont pas assez habiles pour ces expériences, peuvent se servir d'une machine représentée dans la fig. 44, dont la partie du dessous est fixée à une table par une vis, et la partie supérieure sert pour serrer la plaque dans un endroit convenable, entre les extrémités d'un morceau cylindrique de bois et d'une vis, doublées de liége, de cuir ou du feutre. Il y a aussi des figures où l'on peut appuyer le bord de la plaque avec les bouts des doigts contre un corps fixe, comme, par exemple, (fig. 109*b* et 115). Un juste coup-d'œil sera beaucoup plus utile qu'une mesure quelconque, pour déterminer exactement les endroits les plus convenables où il faut toucher la plaque pour produire chaque figure, parce que l'épaisseur, la forme, et le tissu d'une plaque ne sont presque jamais assez

exacts pour que les figures s'accordent exactement avec la mesure. La production de beaucoup de figures très compliquées dépendra souvent du hasard: mais pour produire des figures moins compliquées, il faut savoir d'avance ce qu'on veut produire, et s'imaginer chaque figure, comme si elle était déjà visible. Si l'on n'a pas touché assez exactement un endroit convenable, de sorte que la figure se montre plus imparfaite, il faudra changer un peu la position des doigts, pour les mettre exactement sur le point juste. Quand on a produit par hasard une figure intéressante qu'on veut produire une autre fois, on pourra faciliter la production, en marquant les endroits où l'on a touché la plaque et où l'on a appliqué l'archet. Souvent l'endroit immobile où l'on tient la plaque, et l'endroit mobile où il faut la mettre en mouvement, appartiennent à plus d'une figure; dans ces cas il faut aussi, pour exclure les autres mouvemens, toucher en même tems avec l'extrémité d'un autre doigt, un endroit où il y a une ligne nodale, pour la manière de vibrer que l'on veut produire, mais qui devrait être en mouvement dans les autres espèces de vibrations. Si l'on presse un endroit convenable de la plaque sur un petit morceau de liége ou d'une autre matière un peu molle, avec l'extrémite d'un doigt, en touchant avec l'extrémité d'un autre doigt, s'il est nécessaire, encore une autre ligne nodale, c'est la même chose que si on la serre de la manière qu'on vient de prescrire.

Il faut tenir l'archet assez ferme dans une direction

verticale, et le mouvoir de manière qu'il frotte toujours le même endroit de la plaque, et qu'il ne remue pas à droite ou à gauche. L'archet doit être appliqué toujours au milieu d'une partie vibrante qui ne soit pas trop éloignée de l'endroit où l'on tient la plaque. Dans les cas où la même manière de traiter la plaque peut produire plusieurs sons, il faut bien observer de mouvoir l'archet sans cesse avec la vitesse et la pression les plus convenables pour produire l'un de ces sons, en excluant l'autre, car un mouvement ou un son différent détruisent la figure qu'on veut produire. En général les figures plus simples où le son est plus grave, paraîtront plus facilement, si l'on meut l'archet avec plus de pression et moins de vitesse; mais pour faciliter les mouvemens plus compliqués, où le son est plus aigu, il sera convenable d'employer plus de vitesse et moins de pression. Les figures se prononceront plus distinctement, si (le son et le touchement étant justes) on se sert de toute la longueur de l'archet, et si enfin, après avoir renforcé un peu le mouvement de l'archet, on le retire subitement, pour permettre à la plaque une résonnance libre.

Le sable qu'on répand sur la surface, peut être du sable ordinaire: chaque autre matière semblable, par exemple, la limaille de fer ou d'un autre métal, fera le même effet. Les figures s'exprimeront mieux, si le sable n'est pas trop fin, parce que les parties fines s'attachent trop à la surface. Cependant si un

peu de poussière fine est mêlée au sable, elle pourra mieux servir pour faire voir aussi les centres des vibrations, c'est-à-dire les endroits où les parties vibrantes font les plus grandes excursions : les molécules les plus petites de la poussière s'accumuleront sur ces endroits. Il faut mettre peu de sable sur la surface, et le répandre également; s'il se trouve sur un endroit de la plaque une trop grande abondance de sable, et sur un autre, trop peu, on peut faire aller le sable vers l'endroit où il manque, en tenant la plaque pour quelques instans dans une direction inclinée vers ce côté.

Parmi les personnes auxquelles je montre ces expériences, il en est presque toujours quelques-unes qui se forment des idées fausses et très-difficiles à corriger. Elles s'imaginent qu'on peut produire sur une plaque tel son qu'on veut (comme en raccourcissant une corde de violon), et que chaque son donne une certaine figure. Il ne faut pas dire que tel son donne telle figure, mais que chaque figure a un certain rapport de son aux autres. On ne peut pas produire tel son qu'on veut, mais seulement toutes les divisions imaginables, où il peut exister un équilibre des parties entr'elles, et le son de chaque figure (ou espèce de division) est d'autant plus aigu, que les parties vibrantes sont petites. Par conséquent on ne peut produire sur la même plaque que certains sons, dont les rapports sont très différens de ceux dont on se sert dans la musique; de manière qu'ici il ne peut

pas être question d'octaves, de quintes, etc. La production de ces sons n'a point de ressemblance aux raccourcissemens d'une corde de violon, mais plutôt à la production des sons où la corde se partage en des parties aliquotes, et ne peut donner d'autres sons que ceux qui correspondent à certains nombres. Cette remarque n'est destinée que pour ceux qui n'ont pas compris les lois générales des sons, exposées dans le § 32.

93.

Deux parties vibrantes separées par une ligne nodale, font toujours leurs mouvemens en sens opposé, de manière qu'une est en deçà de la position ordinaire, pendant que l'autre est au-delà. La division de la plaque en parties vibrantes est toujours aussi régulière, que la forme, le tissu et la manière plus ou moins exacte de produire les vibrations le permettent, parce qu'il faut que les parties, pour qu'elles puissent vibrer en même tems, soient en équilibre entr'elles. Une partie vibrante située au bord de la plaque est toujours plus petite qu'une partie renfermée entre des lignes nodales. Ces lignes peuvent traverser la plaque en toutes sortes de directions droites et courbes, ou revenir sur elles-mêmes, mais elles ne peuvent jamais se terminer qu'au bord de la plaque. La forme des lignes nodales peut ressembler quelquefois à une hyperbole, à une cycloïde, à une épicycloïde et à beaucoup d'autres courbes, selon les circonstances. Ordinairement les courbures de deux

lignes serpentantes, ou de deux semblables lignes séparées par une ligne droite, s'approchent et s'éloignent mutuellement.

Vers les endroits où des lignes nodales se coupent, elles s'élargissent toujours, de sorte que la forme des parties vibrantes près de ces endroits, n'est pas angulaire, mais plus ou moins arrondie, souvent en forme d'hyperbole. J'ai représenté cet élargissement dans les fig. 63, 64, 66 *a*, 69, 70, 99—102. Ceux qui veulent s'occuper de la théorie géométrique de ces vibrations, ne doivent négliger ni ces arrondissemens des parties vibrantes, ni la position des centres de vibration, c'est-à-dire des endroits où les excursions sont les plus grandes, et où les parties les plus fines de la poussière s'accumulent. Ces endroits ne se trouvent pas au bord même, mais à une petite distance du bord; leur figure est ou ronde, ou tirée en long, suivant la figure des parties vibrantes.

Les sons de figures où l'intérieur de la plaque est environné de lignes nodales (par exemple, fig. 65, 67 *c*, 68 *a*, 104, 105 etc.), se distinguent des autres par un timbre différent, étant plus forts et moins désagréables. L'effet est quelquefois comme si le son était plus grave d'une octave, qu'il ne l'est réellement.

94.

Dans toutes les manières possibles de vibrations d'une plaque, les figures des lignes nodales peuvent être réduites à un certain nombre de lignes, ou qui

parcourent l'étendue de la plaque, ou qui sont parallèles à la circonférence, ou à des parties de la circonférence; par exemple, sur une plaque rectangulaire à un certain nombre de lignes parallèles à l'une et à l'autre dimension, sur une plaque ronde à un certain nombre de lignes diamétrales et circulaires, sur une plaque demi-ronde à un certain nombre de lignes semi-diamétrales et demi-circulaires; sur une plaque elliptique ou demi-elliptique tout est alongé, etc. Autant que la grandeur des plaques le permet, on peut produire sur chaque plaque chaque manière de division qui convient à sa forme (ou chaque membre des progressions des nombres de lignes nodales); si quelques espèces de vibrations ne produisent pas une figure régulière, elles seront pourtant représentées par des *distorsions* des lignes nodales, qu'on pourra réduire à la figure primitive.

95.

Ces *distorsions* des lignes nodales ne changent pas le son, parce que chaque partie vibrante conserve la même grandeur relative. Voilà les premiers élémens pour juger de la nature de ces distorsions, et pour réduire en s'imaginant la même chose plus ou moins souvent repétée, même les figures les plus compliquées, à la figure primitive.

Deux lignes ou parties des lignes droites qui se coupent (fig. 45, *c*), peuvent se séparer de deux différentes manières, et former deux courbes (fig. 45 *b*

et

et *d*) ; ces courbes peuvent aussi se transformer en lignes droites parallèles (fig. 45 *a* et *e*). De même, deux lignes ou parties de lignes droites parallèles dans l'un des sens, peuvent se courber, et quand la courbure devient plus forte, passer par deux lignes droites qui se coupent, en des courbes, et enfin en des lignes droites dans l'autre sens. Il n'y a donc aucune différence essentielle entre les positions des lignes nodales représentées dans les fig. 45, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*; il faut plutôt les regarder comme des variations de la même manière de vibrer, qu'on peut souvent produire à volonté par un changement peu considérable de l'endroit où l'on touche la plaque.

De même, au bord d'une plaque (fig 46 *mn*) deux bouts de lignes qui s'approchent sous un angle obtus (*a*), ou une partie d'une ligne courbe (*b*), ou une partie d'une ligne droite (*c*) sont équivalentes, et peuvent se transformer l'une dans l'autre.

Si la forme d'une plaque n'est pas regulière, ou si l'épaisseur n'est pas partout la même, on aura toujours des distorsions de figures.

96.

Les figures, même les plus compliquées, ont plus de rapport et d'affinité entre elles qu'on n'en attend au premier abord. Si, après avoir produit la même figure sur plusieurs plaques de la même forme et de la même grandeur, on en met une auprès de l'autre d'une manière convenable, les lignes no-

dales d'une plaque font la continuation de celles de l'autre; et il se forme par la composition de quelques figures simples, d'autres plus compliquées, qu'on peut aussi produire sur des plaques plus grandes. Les compositions de quatre plaques carrées, deux demi-rondes, quatre triangulaires, etc. en fourniront des exemples.

97.

Les sons des plaques, la forme, la matière et la manière de vibrer étant les mêmes, sont en raison de l'épaisseur et en raison renversée des carrés des dimensions. Si la matière est différente, les sons sont en raison directe des racines carrées de la rigidité, et renversée des racines carrées de la pesanteur specifique.

98.

L'état actuel de l'analyse la plus sublime ne fournit pas de moyens pour déterminer par la théorie la nature de ces mouvemens, et pour les exprimer par des équations, excepté ceux où chaque diamètre du corps sonore se plie de la même manière, et où les lignes nodales sont comme dans les fig. 47, 48, 51, 52, 53, 57, 58, 67 *a*, 104, 109 *a*. On n'est pas fort avancé dans les recherches de ces courbures depuis le tems d'*Euler*, qui s'exprime ainsi : (*Nov. Comm. Acad. Petrop. tom.* XV, *p.* 582) : *Quæ adhuc de figurâ corporum flexibilium et elasticorum in medium sunt allata, non latiùs quàm ad fila simplicia sunt extendenda — Quin etiam omnia, quæ*

in hoc genere sunt explorata, ad curvas tantum in eodem plano formatas sunt restringenda : quare longissimè adhuc sumus remoti à theoria completa, cujus ope non solùm superficierum, sed etiam corporum flexibilium figura definiri queat; atque hæc theoria etiam nunc tantoperè abscondita videtur, ut ne prima quidem ejus principia adhuc sint evoluta.

La supposition, de regarder un pareil corps rigide membraniforme comme un réseau formé par des lignes courbes dirigées dans un sens que l'on applique sur des lignes courbes dirigées dans un autre sens, n'est pas conforme à la nature, et ne donnera jamais ni des résultats conformes à l'expérience, ni une apparence d'explication de quelques espèces de vibrations les plus simples. *Jacques Bernoulli* n'a pas réussi en se servant d'une telle supposition dans les *Nov. Act. Acad. Petrop.* 1787.

Il me semble que le seul moyen, pour arriver à la théorie de ces mouvemens sera un examen approfondi des mouvemens tournans d'une verge. (§ 84—87). Il faut commencer en donnant une formule générale pour les vibrations tournantes d'une verge cylindrique (ou prismatique) dont les deux extrémités sont libres, et qui présente dans le premier son un nœud au milieu; dans le deuxième, deux nœuds éloignés des extrémités d'un quart de la longueur; dans le troisième, trois nœuds, un au milieu et les autres éloignés des extrémités d'un sixième de la longueur, etc. Dans les mouvemens extrêmement petits que chaque molécule fait

autour de l'axe alternativement à droite et à gauche, et lesquels sont d'autant plus petits qu'une molécule est moins éloignée d'un nœud et de l'axe (c'est-à-dire de la fibre longitudinale au milieu du cylindre), le mouvement de chaque fibre longitudinale, regardée séparement, sera une courbe qui ne pourra pas être décrite sur un plan, mais sur une surface cylindrique. Les vîtesses dans les différentes espèces de mouvement seront comme les longueurs renversées des parties vibrantes. Quand on aura réussi à former une théorie exacte de ces mouvemens d'une verge cylindrique ou prismatique, il faudra l'appliquer aux mêmes mouvemens d'une bande ou lame rectangulaire plus large, ce qui donnera les espèces de vibrations où les lignes nodales se montrent comme les fig 49 et 50, ou comme les fig. 63 et 66 *a*, etc. On trouvera plus de renseignémens sur cet objet dans la subdivision *C* de cette section, qui contient des recherches sur le passage des vibrations d'une plaque carrée à celles d'une bande étroite, dont la deuxième série de sons, dans lesquels il y a une ligne nodale dans le sens de la longueur, n'est pas différente des vibrations tournantes d'une verge. Qu'on se figure

c	+	*a*	—	*d*
m....................		*n*	....	*g*
e	—	*b*	+	*f*

cdef comme une lame rectangulaire, ou comme

une partie d'une pareille lame plus longue, où la ligne nodale dans le sens de la longueur *mg* est coupée par la ligne nodale *ab*. Deux parties vibrantes séparées par une ligne nodale, font leurs vibrations toujours en des directions opposées, de manière que les parties indiquées ici par + sont au-dessus de la position ordinaire, pendant que les parties marquées par — sont au-dessous, et le contraire arrivera dans la vibration suivante. Or, si la partie *angd* vibre en dessous et la partie *ngfb* en même tems en dessus, c'est la même chose que si la partie *adfb* se tournait à droite. De même, pour l'autre moitié au-delà de la ligne nodale *abec*, quand les parties *anmc* et *mnbe* vibrent en directions opposées, c'est la même chose que si la partie *abec* se tournait à gauche, en supposant que l'œil de l'observateur fût en *g*. Dans la vibration suivante *adfb* se tournera à gauche, et *abec* à droite, et ainsi de suite. Pendant ces mouvemens alternatifs la ligne nodale dans le sens de la longueur *mg*, remplacera l'axe (ou la fibre longitudinale au milieu) d'une verge cylindrique ou prismatique, qui fait des vibrations tournantes ; et la ligne nodale à travers, *ab*, remplacera le nœud de la même verge. Une pareille lame pourra être plus longue et pourra aussi être partagée en plusieurs parties semblables aux précédentes dont les vibrations se font en directions opposées. Les distances d'nn son à l'autre qui dans une lame très-étroite sont comme la série naturelle des nombres, s'agrandiront, si la lame est plus large,

de manière qu'elles seront dans une plaque carrée, comme 2, 5, 10, etc. au lieu de 1, 2, 3, etc. La vitesse du premier son diminuera dans le même rapport que la largeur est plus grande.

Peut-être pour déterminer des vibrations plus compliquées, où il y a plus d'une ligne dans les deux sens, par exemple, dans les fig. 78 *a*, 71 *a*, 75, etc., on pourrait regarder la plaque comme composée de plusieurs parties semblables contiguës d'un côté.

Quand on aura déterminé les vibrations d'une lame rectangulaire, on pourra appliquer les mêmes principes aux plaques d'une autre forme. Ainsi les fig. 99—102 seront les mêmes pour une plaque ronde; les fig. 64 et 69 pour une plaque carrée regardée comme rhombe; les fig. 183—187 pour des plaques elliptiques, etc.

Le comble de toutes les découvertes possibles dans ce genre serait de donner des expressions générales, au moyen desquelles on pourrait prédire les formes que doivent prendre les lignes nodales dans une plaque de forme donnée, ébranlée d'une manière connue.

On ne pourra jamais avancer beaucoup dans la théorie de ces vibrations, qu'après avoir déterminé assez exactement la nature des distorsions des lignes nodales (§ 95), où, par exemple, les fig. 45 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, doivent être regardées comme équivalentes; comme aussi, les fig. 66 *a* et *b*; fig. 67 *a*, *b*, *c*; fig 71 *a*, *b*, *c*; fig. 72 *a* et *b*; fig. 73 *a* et *b*; etc.

Dans ces cas les vibrations tournantes et les vibrations transversales passent les unes aux autres sans changement de vitesse.

Il ne sera pas inutile de remarquer ici, que dans une verge ou bande très-étroite, le son de la première espèce de vibrations tournantes est plus grave d'une quinte (2:3), que celui de la première espèce de vibrations longitudinales; mais quand la largeur est égale à la longueur (dans une plaque carrée), la première espèce de vibrations tournantes (fig. 63) a le même rapport (2:3) à la première espèce de vibrations transversales, représentée par la fig. 64, étant plus grave d'une quinte. Si les dimensions d'une plaque rectangulaire sont comme 2 à 3, ces deux espèces de vibrations donnent le même son.

B. *Vibrations des plaques rectangulaires en général.*

99.

Les plaques rectangulaires sont les premières dont j'expose ici les vibrations, parce quelles peuvent servir mieux que des plaques d'une autre forme, pour montrer le passage des vibrations d'une bande étroite (sect. 5 A) à celles des plaques, qu'on ne peut pas exprimer par des courbures linéaires.

Une lame ou plaque rectangulaire (de verre, d'un métal assez sonore, etc.), dans laquelle les deux dimensions sont dans un rapport quelconque, sera

susceptible de différentes séries de vibrations et de sons dans les cas suivans:

1° Si les extrémités sont libres;

2° Si une extrémité est fixée et l'autre libre;

3° Si les deux extrémités sont fixées.

On pourrait aussi, comme dans les vibrations transversales d'une verge, distinguer une extrémité fixée, d'une extrémité appuyée; mais si une ou deux extrémités sont appuyées, on pourra à peine produire quelques vibrations assez régulières, et les figures ressembleront souvent à des distorsions des figures d'une lame libre.

100.

Si les *extrémités* d'une lame rectangulaire sont *libres*, la série des vibrations les plus simples est la même que celle d'une verge libre (§ 71) quand elle fait des vibrations transversales. Dans la première espèce de ces vibrations, où la courbure de chaque fibre est comme dans la fig. 24, il se forme deux lignes nodales éloignées des extrémités à peu près d'un quart de la longueur; ces lignes se montrent quand on répand du sable sur la surface, comme dans la fig. 47. On pourra regarder la fig. 24 comme le profil, et la fig. 47 comme le plan de la plaque. Dans la deuxième manière de vibrer il faut regarder la fig. 25 comme le profil représentant la courbure de chaque fibre, et la fig. 48 comme le plan de la plaque représentant les trois lignes nodales sur

lesquelles s'accumule le sable répandu ; la plaque pourra aussi se partager dans un plus grand nombre de parties, où se forment 4, 5, ou plusieurs lignes nodales, dont les extrêmes sont éloignés des extrémités à peu près de la moitié de longueur d'une partie contenue entre deux lignes nodales. Quelle que soit la largeur de la plaque, la série des sons restera toujours la même, et sera égale aux carrés des nombres 3, 5, 7, 9, etc. Pour produire toutes ces espèces de vibrations, il faut appliquer l'archet à un des côtés étroits, en serrant entre les extrémités du pouce et d'un autre doigt, le nœud le plus voisin de ce côté. Si l'on approche les doigts peu à peu de l'extrémité de la lame, on pourra produire toute la série de ces sons. Sur une plaque assez large, on pourra aussi produire, autant que la largeur le permet, mais avec beaucoup plus de difficulté, 2 ou plusieurs lignes nodales, selon que la longueur et les sons auront entre eux les mêmes rapports que si les lignes nodales s'étaient formées suivant la largeur ; mais ils seront plus aigus en raison des carrés des dimensions auxquelles la position des lignes se rapporte. Toutes ces lignes nodales peuvent aussi se courber de différentes manières, sans changement de son, comme dans toutes les autres espèces de vibrations.

Outre ces manières les plus simples de vibrer, qui sont analogues aux vibrations transversales d'une verge, la plaque est susceptible de beaucoup d'autres qui ne sont pas exprimables par des courbures liné-

aires. Dans ces vibrations, il se montre à la fois des lignes nodales dans l'un et l'autre sens, qui se coupent sous un angle droit, ou qui peuvent aussi quelquefois changer de position sans changement du son. Pour produire ces vibrations, il faut serrer un endroit où deux lignes nodales se coupent, et appliquer l'archet à un des côtés plus longs près l'extrémité ou au milieu d'une partie vibrante. La ligne nodale, selon la longueur, peut être coupée par une ligne selon la largeur (fig. 49, ou par deux, ou par plusieurs. On pourra produire très-facilement toute cette série, en approchant de plus en plus les doigts de l'extrémité, et en les tenant toujours sur la ligne longitudinale. Les manières de vibrer sont la même chose que les vibrations tournantes d'une verge (§§ 84—87, et 98) : si la largeur est très petite, les sons répondent à la série naturelle des nombres; mais plus la largeur augmente, plus augmente aussi la distance d'un son à l'autre. Le premier son change en raison renversée de la largeur, par conséquent on ne peut pas comparer la première série des sons à celle-ci, parce que ces sons dépendent aussi de la largeur, qui n'influe pas sur les sons de la première série.

Si la largeur de la plaque le permet, il peut se montrer aussi deux ou plusieurs lignes nodales, selon la longueur, coupées par des lignes dans l'autre sens.

La subdivision *C* de cette section contiendra plus

de renseignemens, et pourra être regardée comme la continuation de ce §.

101.

Une plaque rectangulaire, dont *une extrémité* est *fixée* et *l'autre libre*, fait les mouvemens les plus simples, comme une verge dans ses vibrations transversales, décrites dans le § 69. Elle peut vibrer entière, de manière que chaque fibre se plie à la courbure représentée dans la figure 20, et qu'il n'y ait point de ligne nodale (fig. 51) ; il se peut aussi former un nœud éloigné de l'extrémité libre un peu moins d'un tiers (fig. 52); ou deux nœuds (fig. 53), etc. Il faut appliquer l'archet à l'extrémité libre.

Mais outre ces espèces de vibrations, semblables aux vibrations transversales d'une verge, il en existe encore beaucoup d'autres, où il y a des lignes nodales dans les deux sens. La première série, qui présente une ligne nodale dans le sens de la longueur, ou seule (fig. 54), ou coupée par une ligne dans le sens de la largeur (fig. 55), ou par deux (fig. 56), répond aux vibrations tournantes d'une verge, dont une extrémité est fixée et l'autre libre. Si la largeur est peu considérable, les sons sont comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc. Plus la largeur augmente, plus la distance d'un son à l'autre s'agrandit. Le premier son (fig. 54) est plus grave d'une octave, que le premier de la même lame, quand les deux extrémités sont libres (fig. 49). Si

l'on veut comparer ces vibrations à celles d'une lame dont les extrémités sont libres, il faudra multiplier par 2 la série mentionnée dans le § précédent; alors la lame, dont l'un des bouts est fixé, donnera les sons qui conviennent aux nombres impairs, et, si les deux bouts sont libres, ceux qui répondent aux nombres pairs, et les sons seront comme les longueurs renversées des parties vibrantes, en regardant une partie renfermée entre deux lignes dans le sens de la largeur, comme le double d'une partie située à une extrémité libre. Pour produire cette série des sons, il faut appliquer l'archet à un endroit convenable à l'un des côtés plus longs, et toucher, pour le premier son, la ligne longitudinale, et pour les autres, un endroit où deux lignes se coupent.

Si la largeur le permet, il peut aussi se montrer deux ou plus de deux lignes dans le sens de la longueur, ou seules, ou coupées par des lignes dans le sens de la largeur.

102.

Si les *deux extrémités* d'une lame rectangulaire sont *fixées*, les mouvemens les plus simples sont les mêmes que ceux d'une verge traitée de la même manière. Elle pourra vibrer ou entière ou partagée en 2, 3, ou plusieurs parties (fig. 57 et 58). Il est difficile de les produire, parce qu'il n'y a pas une extrémité libre à laquelle on puisse appliquer l'archet;

cependant on réussira quelquefois par un mouvement lent de l'archet, appliqué d'un côté avec plus de pression, que pour les autres manières de vibrer.

Outre ces vibrations exprimables par des lignes courbes, la plaque peut vibrer encore de beaucoup d'autres manières (plus faciles à produire), où il y a une ligne nodale dans le sens de la longueur, ou seule (fig. 59), ou coupée par une ligne dans le sens de la largeur (fig. 60), ou par deux (fig. 61), ou par trois (fig. 62), etc. Si la lame est étroite, les sons de ces vibrations, semblables aux vibrations tournantes d'une verge, dont les deux bouts sont fixés, répondent à la série naturelle des nombres, et ils sont les mêmes que si les deux extrémités étaient libres. On peut produire facilement ces vibrations sur la feuille d'une scie. J'ai représenté dans la figure 62 *b* et *c*, des distorsions de semblables figures.

Si la largeur est suffisante, il peut se former encore deux ou plusieurs lignes nodales, dans le sens de la longueur, comme dans les cas précédens.

C. *Vibrations d'une plaque carrée, et de quelques autres espèces de plaques rectangulaires.*

103.

Les vibrations des plaques carrées seront expliquées ici avant celles des autres, parce que ces

plaques ont les rapports les plus simples, la largeur étant égale à la longueur. Après cela, en regardant l'une des dimensions comme constante, et l'autre comme variable, je montrerai dans les plaques d'une largeur peu à peu diminuée, le passage aux vibrations d'une lame étroite ou verge, décrites dans les §§ 71 et 84—87.

Je me servirai quelquefois du mot *diamètre*, pour exprimer une direction parallèle à un côté, parce que le mot, *dimension* serait trop vague.

104.

Dans toutes les manières de vibrations d'une plaque carrée ou rectangulaire, les figures se rapportent toujours à un certain nombre de lignes nodales dans l'un ou l'autre sens; même s'il se montre des lignes diagonales ou tortueuses, on les pourra toujours réduire à un certain nombre de lignes parallèles à l'un ou l'autre côté.

Pour plus de précision, j'exprimerai les lignes dans l'un et l'autre sens, par des nombres séparés par une ligne verticale. Ainsi, par exemple, 3|0 exprimera la manière de vibrations, où il y a trois lignes dans l'un des sens et aucune dans l'autre; 5|2 exprimera celle où il y a cinq lignes parallèles à l'un des côtés et deux parallèles à l'autre, etc.

105.

Les lignes nodales, qu'on peut s'imaginer origi-

nairement droites, peuvent se courber plus ou moins, et à l'ordinaire ces *flexions* des lignes, ou voisines l'une de l'autre, ou séparées par une ligne droite, s'approchent et s'éloignent mutuellement (§ 93). Dans quelques manières de vibrations, les lignes nodales ne sont jamais droites sur une plaque carrée, et dans quelques autres manières elles ne le sont jamais sur des plaques rectangulaires dans quelques autres rapports des dimensions. J'indiquerai pour des plaques carrées dans la table suivante, les nombres de flexions des lignes nodales dans l'un des sens, celles dans l'autre sens restant souvent droites. Ce que j'appelle ici *flexion*, c'est toute la déviation d'une telle ligne vers un côté, consistant dans un éloignement et un rapprochement de la ligne droite, laquelle on peut s'imaginer comme forme originaire. La série horizontale de nombres plus grands indiquera les lignes dans l'un des sens, et la série verticale à gauche, les lignes dans l'autre sens :

	2	3	4	5	6	7
0	fig. 64.65 1 flex.	67 1 ½ fl.	72.73 2	78 2 ½	85 3	3
1		69.70 1 fl.	74 1 ½	79 2	86 2	2
2			76.77 1	81 1 ½	87.88 2	2
3				83.84 1	89 2	90 2

106.

Quelques espèces de vibrations, le nombre des lignes nodales étant le même, peuvent se montrer de deux manières essentiellement différentes, selon que les flexions ou la plupart des flexions des lignes extérieures vont en dedans ou en dehors; dans le premier cas le son est plus grave que dans le second, à peu d'exceptions. Cette différence se fait remarquer dans des figures où il y a un nombre entier de flexions, comme dans 2|0, 3|1, 4|0, 4|2, 5|3, 6|2, etc., mais jamais dans celles où il y en a $1\frac{1}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$, comme dans 3|0, 4|1, 5|0, 5|2.

107.

Dans les différentes manières dont une plaque carrée peut vibrer, les figures des lignes nodales sont rangées dans les planches, suivant la gravité et la hauteur des sons, et je les exposerai ici dans le même ordre.

De toutes les espèces de vibrations 1|1 (fig. 63,) est celle qui donne le son le plus grave; on la produit très-facilement, en serrant la plaque au milieu, et en la mettant en mouvement auprès d'un angle. La figure peut quelquefois être changée en deux diagonales courbes *edh* et *cmn*.

La manière de vibrer, qui après celle-ci donne le son le plus grave, est 2|0, où les deux lignes se courbent en dedans (fig. 64). Il faut serrer la plaque

au

au milieu, et appliquer l'archet à un côté. Le son est plus aigu d'une quinte que le premier. La figure peut quelquefois paraître comme deux courbes *cnd* et *emk*.

2|0, où les deux lignes sont pliées en dehors, se montre à l'ordinaire, comme un carré aux angles arrondis (fig. 64), si, en serrant la plaque près du bord, au milieu d'un côté, on la met en mouvement à l'angle le plus proche. Si l'on serre la plaque au milieu de deux côtés opposés entre les extrémités du pouce et d'un autre doigt, la figure se tire plus en long, et se montre comme deux lignes courbes. Le son est plus aigu presque d'une tierce mineure, que celui de la fig. 64, et presque d'une septième mineure, que celui de la fig. 63.

2|1 (fig. 66 *a*), où le son est plus aigu d'une octave et d'une tierce majeure, que celui de la fig. 63, paraît très facilement, si en serrant la plaque dans un endroit où deux lignes se coupent, on la met en mouvement au milieu du côté droit ou gauche. On peut aussi quelquefois, par de petits changemens des doigts, produire la distorsion en trois courbes diagonales (fig. 66 *b*).

3|0 est l'espèce de vibrations la plus convenable pour montrer avec facilité les distorsions des figures qui se font sans changement du son. On la peut produire à volonté sur chaque plaque carrée qui n'est pas trop irrégulière, comme la fig. 67 *a*, 67 *b* ou 67 *c*; on peut aussi faire passer trois lignes droites

dans un sens, par de semblables figures intermédiaires, à trois lignes droites dans l'autre sens, en changeant très-peu la position des doigts qui serrent la plaque. Si l'on serre la plaque dans l'endroit marqué dans la fig. 67 *a* par *m*, en appliquant l'archet à l'endroit *n*, de manière que l'endroit du contact et l'endroit du frottement soient dans le même diamètre, il se montrera trois lignes droites parallèles, et le mouvement de la plaque sera exactement le même que celui d'une verge (§ 71) dans le deuxième son transversal (fig. 25). Pour cet effet la plaque ne doit être serrée qu'avec les extrémités des doigts en très-peu d'étendue, pour ne pas empêcher les vibrations des parties voisines ; il faut mouvoir l'archet plus lentement, et presser plus fortement, que pour produire les figures précédentes, ou 67 *c*. Si l'on avance un peu les doigts dans le même diamètre, sans changer l'endroit où l'on produit le mouvement, les lignes se courbent comme dans la fig. 67 *b*. Si l'on avance les doigts encore plus dans la même direction, les courbures des lignes nodales deviennent plus fortes, et enfin ces lignes se coupent comme dans la figure 67 *c*. De même on peut, en retirant les doigts peu à peu vers le bord de la plaque, faire passer la fig. 67 *c* à la fig. 67 *b* et *a* dans l'un ou l'autre sens. Par ces changemens de la position des lignes, le son ne change pas, parce que chaque partie vibrante conserve toujours la même grandeur relative, pour vibrer avec la même vitesse.

2|2 (fig. 68 *a*) est très-facile à produire, si l'on serre la plaque à un des endroits où deux lignes nodales se coupent, et si l'on produit le mouvement au milieu d'un côté, ou à l'angle près de l'endroit que l'on touche. La fig. 68 *b* est une distorsion de la même figure. Je ne remarquerai pas davantage pour chaque figure, le rapport du son, parce que tous seront mentionnés dans le § suivant.

Dans 3|1 les lignes extérieures ne sont jamais droites sur une plaque carrée, mais toujours courbées vers l'intérieur ou vers l'extérieur : ce qu'il faut regarder comme différence essentielle, car le son est dans le premier cas plus grave à peu près d'un ton, que dans l'autre. Ordinairement 3|1, quand les lignes sont courbées vers l'intérieur, se montre comme la fig. 69 : quelquefois les lignes sont séparées ; la figure peut aussi être semblable à celle d'une plaque ronde, (fig. 101 *b*). Il faut, pour produire cette manière de vibrer, serrer la plaque au milieu, et appliquer l'archet entre deux bouts de lignes nodales. Si les lignes sont courbées vers l'extérieur, 3|1 se montre comme la fig. 70. Il faut serrer la plaque au milieu, et toucher en même tems la ligne nodale près de l'angle, auquel on applique l'archet.

3|2 se montre quelquefois dans la forme originaire, comme dans la fig. 71 *a*, mais plus facilement, comme dans la fig. 71 *b*. Si en tenant un endroit où deux lignes se coupent, on appuie l'angle *d* ou *n* à un corps

immobile, le zigzag *dpmqhn* (fig. 71 *a*), se transforme alors en diagonale droite *dn* (fig. 71 *b*); la figure peut aussi se changer en cinq diagonales courbes (fig. 71 *c*), si l'on change un peu l'endroit du touchement; et pour cela, il sera mieux d'appliquer l'archet près de l'angle le plus proche.

4|0 peut se montrer de deux différentes manières, selon que les lignes extérieures sont courbées deux fois en dedans ou en dehors. Dans le premier cas les lignes nodales se montrent comme dans la fig. 72 *a* ou 72 *b*; dans le deuxième cas, où le son est plus aigu, comme dans la fig. 73 *a* ou 73 *b*. Je n'ai jamais pu produire quatre lignes droites.

Dans 4|1 les lignes peuvent être droites, comme dans la fig. 74 *a*, ou se transformer en la fig. 74 *b*, ce qui dépend des différens endroits où l'on touche la plaque et où l'on applique l'archet. Il n'est pas difficile de produire sur chaque plaque régulière ces deux différentes formes de la même manière de vibrer; quelquefois j'ai remarqué le passage de l'une à l'autre; le son reste exactement le même.

3|3 se montre ordinairement très-regulière comme dans la fig. 75; mais cette figure peut aussi se transformer en 6 lignes courbes diagonales, de la même manière, que 2|1, 2|2 et 3|2.

4|2 ne s'est jamais montré sur une plaque carrée dans la forme primitive; mais la fig. 76 est une distorsion de 4|2, où les lignes extérieures sont courbées en dedans, et la fig. 77 une distorsion du

même nombre de lignes courbées en dehors; le son de la fig. 76 est un peu plus grave que celui de la fig. 77. Il est très-facile de produire la fig 76, si en tenant la plaque au milieu, et en touchant en même tems (pour éviter la fig. 64) avec l'extrémité d'un doigt, un point situé sur une des lignes courbes, on applique l'archet au milieu d'un côté. La meilleure manière de produire la fig. 77 sera de serrer la plaque au milieu de deux côtés opposés entre les extrémités du pouce et d'un autre doigt, et, en touchant en même tems avec l'extrémité d'un autre doigt, une des petites lignes près d'un angle, d'appliquer l'archet à cet angle.

5|0 paraît très-rarement d'une manière assez régulière; ordinairement ce mode de vibrations est représenté par la fig. 78.

5|1 se montre très-rarement avec des lignes droites; la distorsion la plus commune est la fig. 79 *b*; quelquefois la fig. 79 *a* s'est montrée.

4|3 peut être produite sur des plaques assez régulières, dans la forme primitive (fig. 80 *a*), ou changée en la fig 80 *b*, ou en sept diagonales (fig. 80 *c*).

5|2 se montre ou régulière (fig. 81 *a*), ou transformée en la fig. 81 *b*.

4|4 paraît quelquefois régulière comme la fig. 82; elle est aussi susceptible des mêmes distorsions que j'ai remarquées en 2|1, 2|2, 3|2, 3|3, 4|3. De même sur des plaques plus grandes 5|4, 5|5, 6|5, 6|6, 7|6, etc. peuvent s'approcher plus ou moins de 9.

10, 11 et un plus grand nombre de courbes diagonales.

Dans 5|3 les lignes n'étaient jamais droites; mais la figure 83 représente 5|3, où les lignes sont courbées en dedans, et la fig. 84 le même nombre de lignes courbées en dehors. Le son de la fig 84 est un peu plus aigu que celui de la fig. 83.

6|0 a paru très-rarement régulière, mais à l'ordinaire transformée dans la fig. 85.

Dans 6|1 très-rarement les lignes sont droites; ordinairement cette manière de vibrations se montre comme dans la fig. 86.

6|2 peut exister de deux différentes manières; lorsque les lignes nodales extérieures sont courbées en dedans, et lorsqu'elles sont courbées en dehors; la différence du son est presque d'un semi-ton. Dans le premier cas, les lignes nodales se montrent comme dans la fig. 87 *a* ou *b*, ou transformées d'autres manières; dans le deuxième cas, les lignes nodales étaient comme dans la fig. 88 *a*, ou plus souvent comme dans la fig. 88 *b*.

6|3 peut se montrer comme dans la figure 89 *a*; mais il est beaucoup plus facile de produire la fig. 89 *b*, qui n'est qu'une distorsion de la même figure. Il faut tenir la plaque dans un endroit où deux lignes se coupent, et (pour exclure la figure 67 *c*) toucher en même tems un des petits demi-cercles très-légérement avec l'extrémité d'un doigt, en appliquant l'archet au milieu dans ce demi-cercle, de manière que les deux endroits du touchement,

et l'endroit du frottement soient dans le même diamètre. Il me semble que 6|3 se pourra aussi montrer de manière que les extérieures soient courbées deux fois en dehors : mais je ne l'ai pas vu.

Si la grandeur de la plaque le permet, on pourra pousser beaucoup plus loin la production de différentes manières de vibrations plus compliquées, dont les fig. 90—96 seront des exemples. La fig. 90 est une distorsion de 7|3; les fig. 90 et 91 de 6|4; les fig. 93 et 94 de 8|4; et les fig. 95 et 96 de 8|6.

108.

Les rapports des sons qui conviennent à toutes les manières de vibrations d'une plaque carrée, seront contenus dans la Table suivante, où je regarde 1|1, la manière de vibrations la plus simple, qui donne le son le plus grave, comme *sol* 1 ; la série horizontale de nombres exprimera les lignes nodales parallèles (ou représentant des parallèles) à l'un des côtés, et la série latérale, les lignes parallèles à l'autre côté.

	0	1	2	3	4	5	6
0			fig. 64 ré 2 / fig. 65 mi..fa 2	fig. 67 sol* 3 +	72 sol* 4 / 73 sol* 4 +	78 fa 5 —	85 ut 6 —
1		fig. 63 sol 1	66 si 2	69 si 3 / 70 ut* 4	74 si♭ 4 —	79 fa* 5 —	86 ut 6
2	fig. 64 ré 2 / fig. 65 mi..fa 2	66 si 2	68 si♭ 3 —	71 fa* 4	76 ut* 5 / 77 ré 5	81 sol* 5 +	87 ut* 6 + / 88 ré 6 —
3	67 sol♭ 3 +	69 si 3 / 70 ut* 4	71 fa* 4	75 ut 5	80 fa* 5	83 si 5 — / 84 ut 6 —	89 mi 6
4	72 sol* 4 / 73 sol* 4 +	74 si♭ 4 —	76 ut* 5 / 77 ré 5	80 fa* 5	82 si♭ 5	ré* 6	91 . 92 sol 6 +
5	78 fa 5 —	79 fa* 5 —	81 sol* 5 +	83 si 5 — / 84 ut 6 —	ré* 6	fa* 6 +	si♭ 6 —
6	85 ut 6 —	86 ut 6	87 ut* 6 + / 88 ré 6 —	89 mi 6	91 . 92 sol 6 +	si♭ 6 —	

Chaque rapport, excepté 1|1, 2|2, 3|3, 4|4, etc. se trouve ici deux fois, pour voir mieux d'un coup-d'œil les séries des sons, et pour comparer les sons d'une plaque carrée, considérée comme un rectangle où la largeur est égale à la longueur, et où, par conséquent, la direction des lignes est indifférente, à ceux d'un rectangle, où la largeur est moindre que la longueur.

J'ai attribué ici le son *sol* 1 à la manière de vibrations 1|1, parce qu'il me semble être un produit de 2 et 3, en comparaison des autres sons, et parce que je regarde chaque *ut* comme une puissance quelconque de 2, selon le § 5.

La série des sons qui conviennent aux manières de vibrer, où il y a des lignes nodales seulement dans un sens, 2|0, 3|0, 4|0, 5|0, est comme celle d'une verge ou bande dont les deux bouts sont libres (§ 75) égale aux carrés de 3, 5, 7, 9, etc. Dans les cas où le même nombre de lignes nodales se peut montrer de deux manières différentes, par exemple, 2|0 et 3|0, les figures où les lignes nodales sont courbées en dedans (fig 64 et 72) sont plus conformes au rapport juste, que celles où les lignes sont courbées en dehors, (fig. 65 et 73).

Les nombres relatifs des vibrations pour un certain nombre de lignes nodales seulement dans un sens, (2|0, 3|0, 4|0, etc.) étant égaux à 3×3, 5×5, 7×7, etc.; il semble que les sons des

figures où il y a aussi des lignes nodales dans l'autre sens, seront des produits de 3, 5, 7, etc. et d'un autre nombre. Les sons de la série 1|1, 2|1, 3|1, etc. semblent être des produits de 3 et des nombres 2, 5, 10, 17, où chaque deuxième différence est 2; mais cette progression ne s'étend pas au-delà de 4|1; la série 2|0, 2|1, 2|2, 2|3, etc. semble être en raison des produits de 3 et des nombres 3, 5, 9, 15, 23, dont chaque deuxième différence est 2; les sons de la série 3|0, 3|1, 3|2, 3|3, etc. semblent être des produits de 5, et des nombres 5, 6, 9, 13, 18, 24, dont, à compter de 3|1, chaque deuxième différence est 1. Les sons des figures, où il y a le même nombre de lignes nodales dans les deux sens (2|2, 3|3, 4|4, etc.) semblent être entr'eux en raison des carrés de 2, 3, 4, etc., excepté celui de la première 1|1. Mais ce ne sont que des conjectures; peut-être les vrais nombres, desquels ceux-ci s'approchent, sont beaucoup plus compliqués. Je ne garantis que les résultats des expériences, exprimés dans la Table contenue dans ce § et dans les autres Tables; les différences que l'on pourra trouver par des expériences bien faites, n'excéderont jamais un semi-ton tout au plus. Si donc les résultats d'une théorie quelconque ne sont pas conformes à ceux de l'expérience (comme, par exemple, les rapports des sons d'une plaque carrée, que *Jacques Bernoulli* a donnés dans les *Acta Acad. Petrop.* 1787); la théorie prétendue n'est

pas la vraie; il faudra donc en chercher une autre qui se constate par l'expérience, et dans le cas, où l'on n'y réussirait pas, il sera beaucoup moins désavantageux de convenir que cela surpasse ou les moyens que l'état actuel de la science fournit, ou les facultés de l'individu, que d'égarer des lecteurs pàr une théorie peu conforme à la nature.

109.

Dans toutes les espèces de mouvement mentionnées ici, la plaque doit être regardée comme vibrant librement; mais il y a d'autres mouvemens qui diffèrent de ceux-ci, comme les vibrations d'une verge ou lame, dont un ou deux bouts sont fixés, diffèrent des vibrations de la même verge ou lame, quand les bouts sont libres. Un examen complet de tous ces mouvemens, entraînerait trop de prolixité; c'est pourquoi je me borne à faire mention de deux, que j'ai observés le plus souvent, pour qu'on ne les juge pas inexactement, et qu'on ne les insère pas dans les séries des sons d'une plaque carrée libre. La fig. 97 se montre, quand la plaque est serrée entre les extrémités du pouce et d'un autre doigt près de *n*, appuyée à l'angle *m* à un objet fixe, et l'archet est appliqué à l'angle *p*. Cette manière de mouvement est la même chose pour une plaque carrée, regardée en direction diagonale comme un rhombe, que la première manière de vibration d'une verge, dont une extrémité est appuyée (fig. 22).

Le son est plus grave d'une septième mineure, que celui de 1|1 (fig. 63). C'est aussi à ce genre de mouvement qu'appartient la fig. 98, qui se produit en opérant presque de la même manière que pour produire la fig. 97, excepté que l'endroit où l'on serre la plaque, doit être plus près de l'angle auquel on applique l'archet. Le son est plus aigu d'une octave, que celui de 1|1 (fig. 63).

110.

Ce qui est dit (§96) sur les affinités des figures en général, et sur les dessins qui se forment par leur combinaisons, peut être montré de préférence sur des plaques carrées. Si l'on compose quatre plaques carrées de la même grandeur, sur lesquelles on a produit la même figure simple; cette figure composée pourra aussi être produite plus ou moins exactement sur une seule plaque plus grande; et en composant plusieurs plaques, sur lesquelles se trouve la même figure, il se formera les dessins suivans:

1°. Des lignes (parallèles aux côtés, ou diagonales) qui se coupent sous un angle droit, par les figures 63, 64, 65, 66 *a*, 67 *c*, 68 *a*, 71 *a*, 72 *a*, 73 *a*, 75, 80 *a*, 81 *a*, 82, etc. En composant quatre fois la même figure plus simple, pour former une figure plus compliquée, on aura, en prenant

la fig. 63 quatre fois, ... la fig. 68 *a*;
..... 64 .... 72 *a*;
..... 65 .... 73 *a*;
..... 68 *a* .... 80 *a*.

2°. Comme n° 1, et dans chaque carré un petit cercle, par exemple, les fig. 70, 76, 77, 88 *b*, 89 *b*, 93, 94.

La fig. 70 quatre fois, fait la fig. 88 *b*,
... 76 93,
... 77 .... 94.

3° Comme n° 1, mais dans chaque carré se trouve une figure à quatre courbures, qui renferme un petit carré aux angles arrondis. Ce dessin est produit par les fig. 71 *b*, 91 et 92; dont les deux dernières se forment aussi en composant quatre fois la fig. 71 *b* de deux différentes manières.

4° Comme n° 1, et dans chaque carré une figure de la même nature, que dans n° 3, mais plus compliquée, comme la fig. 80 *b*, laquelle composée quatre fois, donne la fig. 95 ou 96.

5° Presque comme n° 3, mais la figure contenue dans le carré est située autrement, et chaque endroit où deux lignes se coupent, est environné d'un cercle (fig. 74 *b* et 84).

6° Des lignes parallèles aux côtés, et des diagonales qui se coupent dans le même endroit (fig. 69 et 87 *b*), qui se forme aussi en prenant quatre fois la fig. 69.

7° Comme n° 6, et chaque endroit où deux lignes se coupent, est environné d'un cercle, ou presque carré aux angles arrondis (fig. 79 *a*).

8° Comme n° 6, et dans chaque carré se trouve

une ellipse, où la ligne, contenue dans ce carré (fig. 83), passe par le petit axe.

9°. Comme n° 6, chaque endroit, où quatre lignes se coupent, est environné d'un cercle, et dans chaque triangle se trouve un petit cercle (fig. 90).

Les compositions de quelques autres figures pourront former des dessins plus compliqués.

III.

Les sons des plaques rectangulaires, dont la largeur est moindre que la longueur, ont d'autres rapports que ceux d'une plaque carrée; excepté la série des vibrations semblables aux vibrations transversales d'une verge ou bande, dont les extrémités sont libres (§ 71), où les sons ne dépendent presque pas de la largeur. Pour la détermination des sons des plaques rectangulaires selon différens rapports de la largeur à la longueur, je regarderai, l'une de ces dimensions (la longueur) comme constante, et l'autre (la largeur) comme variable. La même plaque qui, étant carrée, a donné les sons mentionnés (§ 108), donnera, après qu'on aura diminué l'autre dimension, les sons contenus dans les Tables suivantes. J'exprimerai les nombres des lignes nodales de la même manière que précédemment, en les séparant par une ligne verticale; le premier nombre exprimera toujours les lignes transversales (ou parallèles au petit diamètre), et le deuxième nombre les lignes longitudinales (ou parallèles au diamètre plus grand).

Pour ceux qui ne sont pas connaisseurs, il faut remarquer, que si les plaques donnent d'autres sons que ceux qui sont contenus dans les Tables; il faut *transposer* tout, pour que les rapports restent les mêmes.

112.

Quand le rapport des dimensions d'une plaque rectangulaire est tel que deux manières de vibrations donnent le même son, ces différentes manières de vibrer pourront être représentées par une figure intermédiaire tortueuse, qu'on pourra faire passer par des petits changemens des endroits du touchement et du frottement, à l'une ou l'autre manière de vibrations plus prononcée, sans changement du son.

Quelquefois, si les sons de deux espèces de vibrations diffèrent très-peu, une de ces figures pourra aussi passer à l'autre, et le son sera un peu haussé ou baissé, selon que la figure se rapporte plus ou moins à l'une ou à l'autre espèce de mouvement.

113.

Quand la même plaque carrée, dont les sons sont mentionnés (§ 108), est diminuée d'un côté, de manière que la largeur soit à la longueur comme 8 à 9, elle donne les sons suivans :

Nombres des lignes longitudinales.

Nombres des lignes transversales.	5	4	3	2	1	0
0	*la* 5	*ut** 5—	*ut** 4	*sol* 2 +		
1	*si*♭ 5	*ré* 5	*mi* 4	*ré* 3 +	*la* 1	
2	*ut* 6	*fa* 5	*la* 4 +	*ut* 4	*ut** 3 +	*ré** 2
3	*ré** 6	*la* 5 +	*ré** 5 +	*sol** 4 +	*ut** 4	*la* 3
4	*fa** 6	*ut**.. *ré* 6	*sol**.. *la* 5	*ré** 5 +	*si* 4	*la* 4—
5	*si*♭ 6	*fa* 6	*ut**.. *ré* 6	*si*♭ 5	*fa**.. *sol* 5	*fa* 5 +
6			*fa**	*mi* 6	*ut** 6	*ut* 6

La série des sons dans les vibrations les plus simples, où il n'y a que des lignes nodales selon la largeur, que j'exprime ici par 2|o, 3|o, 4|o, etc., est

est, comme sur une plaque carrée, et sur chaque verge ou bande étroite, selon le § 71, égale aux carrés de 3, 5, 7, 9, etc. Mais les sons *ré** 2, *la* 3, *la* 4—, *fa* 3 +, *ut* 6, sont plus aigus à peu près d'un semiton, que ceux d'une plaque carrée (§ 108), quoique suivant la théorie ils ne dépendent pas de la largeur. Cependant l'augmentation de la vitesse de ces sons n'est pas considérable, et pour les manières de vibrations, qui se montrent de deux différentes manières sur une plaque carrée, comme 2|0 et 4|0, on pourra regarder ce petit changement plutôt comme un terme moyen entre les sons des deux différentes manières de vibrer, quand le nombre de lignes est le même.

Les sons des manières de vibrations, où il n'y a des lignes nodales que selon la longueur, où 0|2, 0|3, 0|4, etc. sont aussi comme les carrés de 3, 5, 7, 9, etc.; mais parce qu'ils dépendent de la plus petite des deux dimensions, ils sont plus aigus dans le rapport des carrés des dimensions, ou à peu près comme 64 à 81.

Dans la manière de vibrer 1|1, le son, qui est toujours dans le rapport renversé de la grandeur des surfaces, a haussé de 9:8.

Tous les autres sons sont aussi plus aigus que ceux d'une plaque carrée; la différence est plus considérable dans les manières de mouvement qui présenteront plus de lignes selon la longueur, que dans celles qui en présentent un plus grand nombre selon la largeur.

114.

Quand la largeur de la même plaque est encore plus diminuée, de manière qu'elle soit à la longueur comme 5 à 6, la plaque donnera les sons suivans :

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales.					
	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2 +	*la* 3 +	*la* 4	*fa* 5 +
1		*si*♭ 1	*ré* 3	*ut** 4 +	*si* 4 —	*sol* 5 —
2	*la* 2 +	*mi* 3	*ut** 4 +	*la* 4	*mi* 5	*si*♭ 5
3	*ré** 4 +	*fa** 4	*si* 4 —	*mi* 5	*si*♭ 5	
4	*ré** 5	*mi* 5	*sol* 5	*si*♭ 5 +		

La série des sons dans les vibrations les plus simples 2\|0, 3\|0, 4\|0, etc., égale aux carrés de 3, 5, 7, 9, etc., est ici presque la même que dans le § précédent; celle de 0\|2, 0\|3, 0\|4, etc., étant dans les mêmes rapports, est haussée en raison renversée des carrés des dimensions, et 1\|1 est haussé dans le simple rapport renversé des largeurs ou des surfaces; tous les autres sons sont aussi haussés plus ou

moins. Tout cela étant le même dans les cas suivans, je ne le répéterai pas chaque fois.

4|1 et 2|3 peuvent se transformer l'une dans l'autre par les fig. 157 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, sans changement du son, comme j'ai remarqué dans le § 112. De même 4|2 et 1|4, qui donnent le même son, peuvent passer l'une à l'autre.

115.

Si la largeur est à la longueur, comme 4 à 5, les sons de la même plaque seront :

Nombres des lignes transversales.

Nombres des lignes longitudinales.

	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2 +	*la* 3 +	*la* 4	*fa* 5 +
1		*si* 1	*ré** 3 —	*ré* 4 +	*si* 4 +	*sol* 5 +
2	*si* 2 +	*fa* 3 +	*ré** 4 —	*si*♭ 4 —	*fa* 5	*si* 5
3	*fa* 4 +	*sol* 4 +	*ut* 5 +	*fa* 5 +	*si*♭ 5 +	*ré** 6
4	*fa* 5	*fa* 5 +	*sol**.. *la* 5	*ut* 6 +	*ré** 6 +	*sol** 6

Ici les figures 5|0 et 1|4, qui donnent le même son, peuvent passer l'une à l'autre par la fig. 158, *a*, *b*, *c*. Les lignes extérieures de 5|0, qui sont cour-

bées deux fois en dedans dans la fig. 158 *a*, peuvent être aussi courbées deux fois en dehors, comme 159, avec un haussement très-peu considerable du son. La fig. 159 peut aussi se transformer en des distorsions de 1|4. Les mêmes figures peuvent aussi passer à 3|3, dont le son est le même. Les fig. 160 et 161 peuvent représenter 0|4 et 4|2, et passer à des formes plus prononcées de ces deux manières de vibrations.

116.

Dans le rapport de la largeur à la longueur 5 à 7, on pouvait présumer, que les manières de vibrer 4|0 et 0|3 donneraient le même son, et pourraient passer l'une à l'autre, parce que les sons de la série 2|0, 3|0, 4|0, etc., dépendent de la longueur, et ceux de la série 0|2, 0|3, 0|4, etc., dépendent de la largeur, et parce que les sons de chaque série sont entr'eux comme les carrés de 3, 5, 7, etc. Les différentes vitesses qui appartiennent aux mouvemens mêmes, sont compensées par la différence des dimensions auxquelles ces mouvemens se rapportent, de sorte que tous les deux modes de vibrer, 4|0 et 0|3, doivent être égaux à $5^2 \times 7^2$; ce qui est constaté par l'expérience, ces deux espèces de vibrations étant représentées le plus facilement par la figure intermédiaire 163 *b*, laquelle peut être transformée par des petits changemens de l'endroit d'attouchement en fig. 163 *a*, ou en fig. 163 *c*, et quelquefois aussi en trois lignes droites, selon la longueur, ou quatre selon la largeur, sans changement du son. Le rap-

port des dimensions 5 à 7 s'approchant aussi beaucoup de celui de 1 à la racine carrée de 2; on pouvait supposer que les sons de la série 0|2, 0|3, 0|4, etc., seraient plus aigus d'une octave que ceux de la série 2|0, 3|0, 4|0, etc.; ce qui est aussi conforme à l'expérience. Je me suis servi de plaques dont le rapport des diamètres était entre 5:7 et 1: $\sqrt{2}$, qui ne diffèrent que de $\frac{1,4142....}{1,4}$, ce qui n'est pas sensible aux oreilles ni aux yeux. Voici les rapports des sons de ces plaques :

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales.					
	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2 +	*la* 3 +	*la* 4	*fa* 5 +
1		*ut** 2	*mi* 3 —	*ré** 4	*ut* 5	*sol* 5 —
2	*ré* 3 +	*sol** 3	*mi* 4 +	*ut* 5	*fa** 5	*ut* 6 —
3	*la* 4 +	*si* 4 —	*ré** 5	*sol** 5 —	*ut* 6 —	*mi* 6
4	*la* 5	*la* 5 +	*si* 5 —	*ré** 6	*fa* 6 +	

La manière de vibration 1|2 se montre ordinairement, comme dans la fig. 164 *b*, qui, si le rapport des dimensions est un peu altéré, se peut

changer en des figures où se montrent des lignes separées, courbes ou droites ; si la largeur est un peu diminuée, elle peut passer à 3|0, comme je l'ai montré dans les fig. 164 *a* et *c*. Ici 3|0 se montre à l'ordinaire comme la fig 165 *a*, qui, si la largeur est un peu diminuée, peut aussi passer à 1|2 avec des lignes droites, par la fig. 165 *b*. Quand le rapport des dimensions est un peu changé, 3|3, représenté par la fig. 166, peut passer à 5|1, et 5|1, représenté par la fig. 167, peut passer à 3|3.

117.

Si la largeur est à la longueur comme 2 à 3, ou plutôt, si la largeur est encore un peu plus diminuée, 2|0, qui représente la première manière de vibrations transversales, et 1|1, qui représente la première manière de vibrations tournantes, donnent le même son (§ 98), et peuvent passer l'une à l'autre par des distorsions des lignes nodales.

4|1 peut passer à 0|3 par les fig. 168 *a*, *b*, *c*, et par les fig. 169 *a*, *b*, *c*.

118.

Le rapport de la largeur à la longueur étant 3 à 5, on pouvait présumer, par les mêmes raisons que pour 4|0 et 3|0 dans le § 116, que 3|0 et 0|2, égales toutes les deux à $3^2 \times 5^2$, devraient donner le même son, et être représentées par la même figure intermédiaire ; ce qui est d'accord avec l'expérience. Ces

deux espèces de mouvement sont représentées le plus facilement par la fig. 170 *b*, qui peut être transformée par des petits changemens de l'endroit d'attouchement dans la figure 170 *a* ou *c*, ou qui peut passer à des formes encore plus prononcées de 0|2 ou 3|0. Les rapports des sons d'une pareille plaque étaient:

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales. 0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2	*la* 3+	*la* 4	*fa* 5+
1		*fa* 2	*fa** 3	*mi* 4+	*ut* 5+	*sol* 5+
2	*la* 3+	*ut** 4+	*sol** 4	*ré** 5	*sol** 5	*ut** 6
3	*ré** 5	*mi* 5	*sol* 5	*si* 5	*ré** 6	
4	*ré** 6−	*ré** 6	*mi* 6+	*sol* 6	*la* 6	

119.

Si le rapport des deux dimensions est comme 4 à 7, ou plutôt, si ce rapport est encore un peu altéré, 4|0 et 2|2, qui donnent le même son, peuvent passer l'une à l'autre par les fig. 171 *a*, *b*, *c*, ou par les fig. 172 *a*, *b*, *c*; de même 5|0 et 1|3 peuvent passer l'une à l'autre, comme s'il y avait encore dans

les fig. 163 *a*, *b*, *c*, au milieu une ligne transversale.

120.

Le rapport des deux dimensions étant comme $\frac{1}{2}$ à 1, la théorie et l'expérience montrent, que les sons de o|2, o|3, o|4, etc., qui dépendent de la largeur, sont plus aigus de deux octaves, que ceux de 2|o, 3|o, 4|o, etc., qui dépendent de la longueur. Les plaques ont produit les rapports des sons suivans :

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales.					
	0	1	2	3	4	5
0			ré* 2 +	la 3 +	la 4	fa 5 +
1		sol 2 +	la 3 +	fa* 4	ré 5	sol* 5 +
2	ré* 4	fa* 4	ut 5	fa* 5	si 5	ré* 6
3	la 5	si♭ 5	ut 6	ré* 6	fa* 6	si♭ 6

2|1 et 3|o passent l'une à l'autre par les fig. 173 *a*, *b*, *c*; si la largeur est un peu plus grande que $\frac{1}{2}$, 5|1 et 1|3 peuvent se transformer l'une dans l'autre par les figures 174, *a*, *b*, *c*, et donnent le même son.

121.

La largeur étant à la longueur comme 3 à 7, suivant la théorie (§ 116), et l'expérience, 4|o et o|2, égales a $3^2 \times 7^2$, produisent le même son, et peuvent passer l'une à l'autre de deux différentes manières, par les fig. 175 *a*, *b*, *c* et par les fig. 176 *a*, *b*, *c*. Le son de la fig. 176 est (§ 106) un peu plus aigu que celui de la fig. 175.

122.

Si les rapports des diamètres sont comme $\frac{1}{3}$ à 1, les sons de 5|o et o|2, égaux à $3^2 \times 9^2$, sont les mêmes, conformément à la théorie (§ 106). Ces deux espèces de vibrations sont représentées par la fig. 177 *b*, qui peut passer aux fig. 177 *a* et *c*, et quelquefois à deux lignes droites selon la longueur, ou quatre selon la largeur. Les rapports des sons étaient les suivans :

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales.					
	0	1	2	3	4	5
0			*ré*✱ 2 +	*la* 3 +	*la* 4	*fa* 5 +
1		*ré* 3 +	*ré*✱ 4 +	*ut* 5 —	*fa*✱ 5	*ut* 6 —
2	*fa* 5 +	*sol* 5	*si* 5	*ré* 6 +	*fa*✱ 6	*si*♭ 6 —

123.

La largeur étant $\frac{1}{4}$ de la longueur, les rapports des sons étaient :

Nombres des lignes transversales.

Nombres des lignes longitudinales.	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2 +	*la* 3	*la* 4 —	*fa* 5 +
1		*sol* 3 +	*sol** 4 +	*mi* 5 —	*si*♭ 5	*ré** 6
2	*ré** 6 +	*mi* 6	*fa** 6	*la* 6		

On voit que le son de 0|2, conformément à la théorie, est plus aigu de quatre octaves, que celui de 2|0. A cause de la largeur diminuée, il était très-difficile de produire des espèces de vibrations qui offrissent plus d'une ligne nodale selon la longueur.

La largeur étant encore diminuée, pour être $\frac{1}{6}$ de la longueur, les rapports des sons étaient :

Nombres des lignes transversales.

Nombres des lignes longitudinales.	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2 +	*la* 3 +	*la* 4	*fa* 5 +
1		*ré* 4	*ré* 5 +	*la* 5 +	*ré** 6	*sol* 6 +

Si la largeur n'était que $\frac{1}{8}$ de la longueur, les rapports des sons étaient:

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales.					
	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2 +	*la* 3 +	*la* 4	*fa* 5 +
1		*sol* 4	*sol* 5	*ré* 6	*sol* 6	*si* 6

Quand la largeur est encore plus diminuée, la série des sons des vibrations transversales 2|0, 3|0, 4|0, reste la même, et celle des vibrations tournantes 1|1, 2|1, 3|1, etc., s'approche de la série naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, etc., et sa vitesse absolue augmente dans le même rapport dans lequel la largeur est diminuée.

124.

En comparant tous ces rapports des sons des plaques rectangulaires, où l'un des diamètres est constant et l'autre variable, on verra,

1° Que les manières de vibrations 2|0, 3|0, 4|0, etc., semblables aux vibrations transversales d'une verge ou lame, dont les extrémités sont libres, (§ 78) ont gardé toujours leur rapport comme les carrés de 3, 5, 7, 9, etc., et leur hauteur abso-

lue, parce qu'elles dépendent seulement de la longueur. Le change ment, à peu près d'un semi-ton, qui s'est fait remarquer dans le passage d'une plaque carrée à une plaque rectangulaire de diamètres inégaux, est plus apparent que vrai; si l'on prend sur une plaque carrée les termes moyens entre les sons des vibrations où, le nombre des lignes nodales étant le même, les lignes sont courbées en dedans ou en dehors;

2° Que les manières de vibrations où il y a des lignes nodales seulement selon la longueur, 0|2, 0|3, 0|4, etc., autant que la largeur diminuée permettait de les produire, ont aussi gardé entre elles les rapports des carrés de 3, 5, 7, 9, etc.; mais que la hauteur absolue est augmentée en raison renversée des carrés de la largeur, conformément à la théorie; ces vibrations ayant le même rapport à la largeur, que 2|0, 3|0, 4|0, etc., à la longueur;

3° Que dans les manières de vibrations, où une ligne longitudinale est coupée par des transversales, 1|1, 2|1, 3|1, etc., les sons d'une plaque carrée sont à peu près dans les rapports des nombres 6, 15, 30, etc. Mais, l'un des diamètres étant peu à peu diminué, les sons se rapprochent de plus en plus, de manière qu'ils passent enfin à la série naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, etc., qui convient aux vibrations tournantes d'une verge ou lame, dans lesquelles les mouvemens sont les mêmes qu'ici dans les manières de vibrations 1|1, 2|1, 3|1, etc. Le

son de 1|1 est en rapport renversé des surfaces; quand la largeur est à peu près $\frac{2}{3}$ de la longueur, il est égal à celui de 2|0;

4° Que dans toutes les autres espèces de mouvemens, où plusieurs lignes nodales, dans l'un des sens, sont coupées par des lignes dans l'autre sens, les sons sont plus aigus, quand la largeur est diminuée, et que la différence est plus considérable, s'il y a plusieurs lignes longitudinales;

5° Que dans tous les cas où deux différentes espèces de mouvement donnent le même, ou presque le même son, les figures des lignes nodales peuvent passer l'une à l'autre par des figures intermédiaires.

D. *Vibrations d'une plaque ronde.*

125.

Dans toutes les espèces possibles de vibrations d'une plaque ronde (libre) les *lignes nodales* sont ou *diamétrales* ou *circulaires*, qui peuvent être ou régulières ou défigurées de différentes manières, sans altération du rapport du son, qui convient à la même espèce de vibrations. J'exprimerai les nombres des lignes nodales presque de la même manière que pour les plaques rectangulaires, en mettant avant la ligne verticale qui sépare les deux nombres, le nombre des lignes nodales dans des directions diamètrales, et après la ligne le nombre

des lignes nodales parallèles à la périphérie, écrit en chiffres romains. Ainsi, par exemple, 2|o exprimera l'espèce de vibrations, où il n'y a que deux lignes diamétrales; o|I celle où il n'y a qu'une ligne circulaire; 4|III celle, où il y a quatre lignes diamètrales et trois circulaires, etc.

126.

Quand il n'y a que des lignes nodales dans des directions diamétrales, ces lignes peuvent être droites et se couper au milieu de la plaque; la figure se montrera alors en forme d'une étoile à 4, 6, 8, 10 ou plusieurs rayons; mais quand ces lignes se courbent de différentes manières, en se séparant et en se réunissant différemment, le nombre des lignes comptées d'un bout à l'autre, et le rapport du son, restent les mêmes.

2|o (fig. 99) où deux lignes diamétrales se croisent au milieu, est de toutes les figures possibles celle qui donne le son le plus grave. Si la plaque est petite, cette figure, comme la plus simple, paraîtra le plus facilement, quand la plaque est serrée au milieu, et que l'archet est appliqué dans un endroit quelconque; on pourra même la produire sur chaque monnoie qui n'est pas trop petite; mais si la plaque est plus grande, il faut, pour exclure les autres mouvemens, et pour déterminer la position des lignes nodales, serrer la plaque un peu hors du milieu, ou la serrer au milieu et toucher en même tems un

autre endroit par lequel on veut qu'une ligne nodale passe, en appliquant l'archet à une distance à peu près de 45 degrés de la ligne nodale déterminée par l'attouchement. Je répète ici la remarque, que pour produire des figures simples, qui donnent des sons plus graves, il faut toujours plus de pression et une marche plus lente de l'archet, que pour produire des figures compliquées qui donnent des sons plus aigus.

La deuxième manière de vibrations, 3|o (fig. 100), où trois lignes diamétrales, qui se coupent au milieu, se montrent en forme d'étoile, donne un son plus aigu d'une neuvième, que le premier. On la produit en touchant la plaque de la même manière que pour la première espèce de mouvement, et en appliquant l'archet à une distance à peu près de 90 degrés de la ligne nodale, déterminée par l'attouchement.

Pour produire les autres manières de vibrations, on peut serrer la plaque d'autant plus hors du centre, qu'il y a plus de lignes nodales, parce que la partie immobile au milieu de la plaque, est d'autant plus grande. L'archet doit être appliqué toujours au milieu d'une partie vibrante. On trouvera, quand on sera un peu habitué, les endroits les plus convenables beaucoup mieux par un juste coup-d'œil et par des essais, que par une mesure quelconque.

4|o se montre ou en forme d'une étoile à 8 rayons, (fig. 101, *a*), ou défiguré, comme la fig. 101 *b*. Le

son est plus aigu d'une septième mineure que celui de 3|o, et de deux octaves, que celui de 2|o.

5|o se montre ou comme la fig. 102 *a*, ou plus souvent défiguré comme la fig. 102 *b*. La hauteur du son augmente presque d'une sixte mineure.

De toutes les autres figures, 6|o, 7|o, 8|o, etc., qui se peuvent montrer ou en forme d'étoile, ou défigurées, 8|o est la plus susceptible de distorsions regulières, dont celles, que j'ai vues le plus souvent, sont représentées dans les fig. 103 *a* et *b*.

La série des sons de toutes ces espèces de vibrations est en rapport des carrés des lignes nodales, mais les distances d'un son à l'autre semblent être un peu moindres, que les rapports exacts.

127.

Une ligne circulaire peut être seule, ou coupée par 1, 2, 3, ou plusieurs lignes diamétrales.

o|I (fig. 104) donne un son plus aigu d'une quinte superflue, $4^2 : 5^2$, que 2|o (fig. 99). Il faut serrer un endroit de la ligne circulaire entre les extrémités des doigts, et appliquer l'archet près l'endroit d'attouchement, en employant plus de pression et moins de vitesse que pour les autres figures. Le mouvement est le plus simple de tous ceux dont une plaque ronde est susceptible, parce que les vibrations de chaque diamètre ressemblent à celles d'une verge, dont les extrémités sont libres (§ 71), et qui se plie à la courbure représentée dans la figure 24. Le son

de

de cette figure, et d'autres où il y a des lignes circulaires, est plus sonore et d'un autre timbre, que celui des figures où il n'y a que des lignes diamétrales.

1|I (fig. 105) est, de toutes les figures possibles, la plus facile à produire, si la plaque est serrée près du bord, et que l'archet soit appliqué à une distance à peu près d'un quart de la périphérie. La ligne diamétrale passe par l'endroit de l'attouchement; on peut donc, en variant cet endroit, changer à volonté la position de cette ligne. Le son est plus aigu d'une neuvième que celui de o|I.

2|I (fig. 106) se montrera, si l'on serre la plaque, comme pour produire 1|I, et si l'archet est appliqué à un endroit éloigné de celui de l'attouchement à peu près de 45 degrés. Le son est plus aigu presque d'une septième mineure, que celui de 1|I, et de deux octaves, que celui de o|I.

Pour produire 3|1 (fig. 107), 4|1 (fig. 108), 5|1, on serre près du bord un endroit par lequel on veut qu'une ligne diamétrale passe, en appliquant l'archet d'autant plus près de l'endroit de l'attouchement, que le nombre de lignes diamétrales qu'on veut produire, est plus grand. Pour que la figure soit plus prononcée, on pourra aussi toucher en même tems au-dessous avec l'extrémité d'un doigt une autre ligne diamétrale, ou la ligne circulaire, qui s'élargit d'autant plus, que le nombre de lignes diamétrales est plus grand; on pourra aussi, pour

fixer encore plus la position des lignes; appuyer légérement le bord dans un point, où une ligne diamétrale se termine, à quelque obstacle qui soit susceptible de céder un peu.

128.

Deux ou plus de deux lignes circulaires peuvent aussi être ou seules, ou coupées par des lignes diamétrales. Les lignes circulaires peuvent se montrer comme des cercles concentriques; elles peuvent aussi prendre un certain nombre de flexions, et ressembler à des épicycloïdes. Les flexions de deux lignes circulaires s'approchent et s'éloignent à l'ordinaire mutuellement l'une de l'autre; elles sont moins prononcées dans les lignes circulaires intérieures, que dans les extérieures. Le cercle intérieur prend ordinairement une forme elliptique. Quand les lignes diamétrales se défigurent, elles ressemblent souvent à des hyperboles opposées.

o|II, si l'on veut que les lignes circulaires soient concentriques (fig. 109, *a*), est un peu difficile à produire, comme toutes les figures où des lignes ne se coupent nulle part, parce qu'il faut toucher des lignes seules très-exactement et en très-peu d'étendue, pour que les vibrations des parties voisines ne soient pas trop gênées. On peut cependant produire cette figure sur chaque plaque qui n'est pas trop petite: il faut serrer entre les extrémités du pouce et d'un autre doigt, un endroit du cercle

extérieur, toucher en même tems avec le bout d'un autre doigt, le cercle intérieur, et appliquer l'archet assez fortement et lentement près de l'endroit serré ; de manière que les endroits de l'attouchement et du frottement soient dans le même semi-diamètre. Cette manière de vibrations est la plus simple après o|I, parce que chaque diamètre fait ses mouvemens comme une verge libre (§ 71), dans la manière de vibrer, où il y a quatre nœuds de vibrations. Le son est plus aigu de deux octaves que celui de o|I ; les rapports des sons diffèrent donc beaucoup de ceux d'une verge, quand elle vibre de la même manière. On peut produire beaucoup plus facilement, même sur des plaques moins grandes, la distorsion de o|II, représentée dans la fig. 109, *b*, où le cercle extérieur est plié cinq fois, et le cercle intérieur est ovale; il faut appuyer la plaque contre quelque obstacle qui ne soit pas trop dur, avec deux bouts des doigts, de manière que ces trois endroits appuyés correspondent aux endroits où les flexions du cercle extérieurtouchent le bord; on applique alors l'archet au côté à un endroit où la ligne est pliée en dedans. Le son de cette distorsion est à l'ordinaire un peu plus aigu que celui de la forme regulière; la différence peut être presque d'un semi-ton. Quand les cercles sont concentriques, on peut pourtant toujours remarquer une tendance du cercle extérieur à se plier cinq fois, et du cercle intérieur, à prendre une forme elliptique ou ovale. Sur une plaque de

cuivre jaune, qui n'était pas fort exacte, le cercle extérieur était toujours plié 6 fois, et l'intérieur était elliptique.

1|II, avec des cercles concentriques (fig. 110 *a*), peut être produite en opérant presque de la même manière, que pour produire 1|I; mais il faut serrer la plaque un peu plus près du bord, et toucher en même tems un ou deux endroits du cercle extérieur ou intérieur. La même espèce de vibrations peut aussi être un peu transformée de manière que le cercle extérieur se plie six fois, et que l'intérieur devienne elliptique (fig. 110 *b*), si l'on opère presque de la même manière que pour produire la distorsion de 0|II, dont j'ai parlé.

2|II peut se montrer régulière, comme la figure 111 *a*, si l'on opère presque comme pour produire 1|II, mais en appliquant l'archet à un endroit moins éloigné de celui du serrement; si l'on appuie la plaque en trois endroits, le cercle extérieur se plie six fois, et la forme se change en les fig. 111 *b* ou *c*.

3|II s'est montrée quelquefois régulière, mais à l'ordinaire transformée en la fig. 112 *a* ou *b*; 4|II régulière, ou comme la fig. 113 *a* ou *b*; 5|II est représentée dans la fig. 114, de manière que les lignes diamétrales se coupent régulièrement au milieu; mais dans ce mode de vibrer, et dans les autres elles peuvent aussi prendre d'autres formes.

0|III s'est montrée très-rarement, comme la fig. 115; 1|III s'est montrée comme la fig. 116 *a* et *b*; 2|III,

comme la fig. 117 *a* et *b*, 3|III comme la fig. 118 *a* et *b*; 4|III, comme la fig. 119 *a* et *b*, etc. Les lignes circulaires étaient quelquefois plus concentriques.

Dans les fig. 120 et 121 *a* j'ai représenté des distorsions de o|IV et 1|IV; où deux endroits considérables sont sans mouvement, de sorte que le sable y reste tranquille, mais ne s'accumule pas comme sur les lignes nodales; o|V, 1|V, o|VI, 1|VI, o|VII, etc. sont susceptibles de distorsions semblables plus compliquées. 1|IV s'est montrée aussi comme la fig. 121 *b* ou *c*.

Quand il y a plus de lignes circulaires, les lignes diamétrales prennent ordinairement les mêmes formes que dans les figures représentées dans les planches.

On ne pourra pas toujours produire à son gré ces figures compliquées; cependant, si l'on se sert de plaques assez grandes et régulières et de peu d'épaisseur, et si l'on varie la manière d'opérer, en serrant, en touchant la plaque, en l'appuyant, ou en la posant sur des petits chevalets de liége, et en appliquant l'archet à différens endroits, etc., on réussira souvent à produire des figures compliquées assez exactes. Mais il faut bien observer que l'archet ne remue pas à droite ou à gauche, et que le degré de pression et de la vîtesse du mouvement de l'archet reste le même, pour que le son ne change pas, et pour que la figure se montre assez prononcée.

129.

Pour comparer les nombres des flexions des lignes circulaires, je les réunirai dans la Table suivante :

Nombres des lignes circulaires.	Nombres des lignes diamétrales.								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
II	5	6	6	7	7	7	8	8	8
III	8	9	9	10	10	11	11	11	11
IV	12	12	13	13	13	14	14		
V	15	15	15 ?	16					
VI	18 ?	18	19	19					
VII	21								

On verra, qu'ordinairement le nombre des flexions des lignes circulaires n'a pas un tel rapport au nombre des lignes diamétrales, que l'un puisse être divisé par l'autre, ou qu'il existe un diviseur commun; par conséquent il n'y a point de symétrie parfaite dans ces figures. C'est ce qui rend les figures difficiles à dessiner; si l'on voulait donner aux lignes diamétrales la même position à l'un et à l'autre côté,

les flexions deviendraient trop inégales; mais si l'on voulait donner à toutes les flexions la même grandeur, la position des lignes diamétrales serait trop peu symétrique, et dans ces deux cas la figure ne serait pas comme la nature la donne, où chaque ligne nodale cède à l'autre, et où chaque partie vibrante a la grandeur convenable pour être en équilibre avec toutes les autres. Par conséquent ces figures semblent être plus symétriques qu'elles ne le sont réellement.

Sur la plaque de cuivre jaune, déjà citée, où la ligne circulaire extérieure dans o|II avait six flexions, il y en avait neuf dans o|III et dix dans 1|III.

130.

Les sons d'une plaque ronde, si l'on attribue *ut* 1 à la manière de vibrer, qui donne le son plus grave, 2|0 (fig. 99), seront les suivans :

Nombres des lignes circulaires. / Nombres des lignes diamétrales.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0			fig. 99 *ut* 1	100 *ré* 2	101 *ut* 3	102 *sol..sol** 3	*ut** 4	*fa** 4	103 *si*♭ 4
I	fig. 104 *sol** 1	105 *si*♭ 2	106 *sol* 3	107 *ré..ré** 4	108 *sol** 4	*ut** 5	*mi..fa* 5	*sol* 5	
II	109 *sol** 3 +	110 *mi* 4 +	111 *si*♭ 4	112 *ré** 5	113 *sol* 5	114 *si*♭ .. *si* 5	*ut** 6	*ré** 6	
III	115 *si*♭... *si* 4	116 *mi* 5 +	117 *sol**.. *la* 5	118 *ut* 6	119 *ré** 6	*fa** 6	*sol** 6 +	*si*♭ 6	
IV	120 *la* 5	121 *ut** 6	*fa* 6 —	*sol.. sol** 6	*si*♭ 6	*si* 6.. *ut* 7	*ut** 7		
V	*fa* 6	*sol** 6	*si* 6	*ut** 7					
VI	*si* 6	*ré* 7	*mi* 7	*fa* 7 +					
VII	*mi* 7								

Les rapports de ces sons répondent à peu près aux carrés des nombres suivans :

Nombres des lignes circulaires.	Nombres des lignes diamétrales.									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
	0			(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	I	2	3	4—	5—	6—	7— —	8— —	9— —	
	II	4+	5+	6	7—	8—	9— —	10— —	11— —	
	III	6+	7+	8—	9	10—	11—	12—	13— —	
	IV	8++	9+	10+	11+	12	13—	14—		
	V	10++	11++	12+	13+					
	VI	12++	13++	14+	15+					
	VII	14++								

J'exprime ici, en ajoutant +, qu'un son est un peu plus aigu, et par —, qu'il est un peu plus grave ; et quand, le nombre étant le même, le même signe est ajouté deux fois, il est encore un peu plus aigu ou grave, que s'il est ajouté une fois. Quand, le nombre des lignes diamétrales étant le même, le nombre de lignes circulaires augmente, chaque in-

tervalle est un peu plus grand; mais quand, le nombre de lignes circulaires étant le même, celui des lignes diamétrales augmente, chaque intervalle est un peu plus petit que les carrés de ces nombres. La série des sons où il n'y a que des lignes diamétrales 2|0, 3|0, 4|0, etc., répond aux carrés de 2, 3, 4, etc.; mais il faut la regarder comme séparée de toutes les autres séries. Par cette raison je l'ai exprimée par des carrés de (2, (3), etc. Dans les autres manières de vibrations, si l'on veut négliger les altérations des intervalles, dues à la prépondérance des lignes circulaires ou diamétrales, on pourra alors compter une ligne circulaire pour deux diamétrales; et, en exprimant par D le nombre des lignes diamétrales, et par C le nombre des lignes circulaires, la vitesse relative des vibrations sera $= (D + 2C)^2$.

Il faut remarquer qu'on ne pourra pas facilement produire tous ces sons sur la même plaque; mais de petites plaques serviront mieux pour produire les manières de vibrations les plus simples, et des plaques grandes mieux pour des vibrations plus compliquées. Je me suis servi de plaques, dont le diamètre avait depuis cinq décimètres, jusqu'à un décimètre, et dont j'ai transposé les différens sons pour les réduire à la même hauteur.

131.

On peut encore produire quelques autres modes

de vibrations, qui n'appartiennent pas aux séries de vibrations d'une plaque ronde libre, mais qui, (comme celles d'une plaque carrée dont j'ai parlé dans le § 109) en diffèrent comme les vibrations d'une verge, dont une extrémité est appuyée (§ 70) diffèrent de celles où les extrémités sont libres (§ 71). Quelques formes de lignes nodales, qui se rapportent à ce cas, sont représentées dans les figures 122 — 126; l'endroit où il faut appuyer la plaque est marqué par des points au bord, qui représentent le sable qui s'accumule près de ce point, comme sur les lignes nodales; l'endroit où l'on serre la plaque est marqué par *n*, et celui où l'archet doit être appliqué, par *p*. La fig. 122 est, pour une plaque ronde, la même chose que la première manière de vibrations d'une verge appuyée (fig. 22); le son est à peu près plus grave d'une sixte majeure que celui de la fig. 99. Le son de la fig. 123 est plus aigu que celui de la fig. 122, presque d'une octave et d'un ton; celui de la fig. 124, presque de deux octaves et d'une tierce majeure; celui de la fig. 126 (qui peut passer à la fig 105), de deux octaves et d'une sixte mineure.

E. *Vibrations des plaques elliptiques.*

132.

Les vibrations des plaques elliptiques seront ici traitées de la même manière que celles des plaques

rectangulaires, en regardant l'un des axes comme constant, et l'autre comme variable, et en montrant, à commencer de celles d'une plaque ronde (comme d'une ellipse dont les axes sont égaux), le passage par des ellipses de plus en plus alongées aux vibrations d'une verge ou lame étroite.

Si les deux axes d'une plaque elliptique diffèrent très-peu, les vibrations ressemblent beaucoup à celles d'une plaque ronde ; mais si la différence des deux axes est plus considérable, elles ressemblent plus à celles d'une plaque rectangulaire. Les figures possibles des lignes nodales consistent,

1° En des lignes transversales ; à l'ordinaire elles sont pliées en dedans, les extérieures plus que les intérieures, et ressemblantes à des hyperboles opposées ;

2° En une ligne longitudinale dans le grand axe ;

3° En des lignes elliptiques plus alongées que la forme de la plaque même.

Pour ranger de la manière la plus convenable, toutes les manières de vibrations d'une plaque elliptique, on peut regarder chaque ligne elliptique comme deux lignes longitudinales, courbées en dehors à cause de la forme de la plaque. J'exprimerai, pour plus de précision, les nombres des lignes nodales de la même manière que pour les plaques rectangulaires, en les séparant par une petite ligne verticale ; le premier nombre exprimera les lignes transversales, et l'autre les lignes longitudinales,

en comptant une ellipse pour deux lignes. On aura donc les séries suivantes :

1° Des manières de vibrations, où il n'y a que des lignes transversales, 2|o, 3|o, 4|o, etc., *c*, (fig. 179—182).

2° Où il y a une ligne longitudinale dans le grand axe, coupée par 1, 2, 3, ou plusieurs lignes transversales, 1|1, 2|1, 3|1, etc. (fig. 183 — 187).

3° ...... Une ligne elliptique, qui peut être regardée comme deux lignes longitudinales, ou seule, ou coupée par des lignes transversales, o|2, 1|2, 2|2, 3|2, etc. (fig. 188—193).

4° ...... Une ligne elliptique, et une ligne longitudinale dans le grand axe, ce qui équivant à trois lignes longitudinales, ou seules, ou coupées par des lignes transversales ; o|3, 1|3, 2|3; 3|3, etc. (fig. 194—199).

5° ...... Deux lignes elliptiques, qu'on peut regarder comme quatre lignes longitudinales, ou seules (fig. 200), ou coupées par des lignes transversales, o|4, 1|4, 2|4, 3|4, etc.

De même il peut se montrer deux lignes elliptiques, et une ligne dans le grand axe, ce qui équivaut à cinq lignes longitudinales, ou trois lignes elliptiques, etc., et dans tous ces cas elles peuvent être seules ou coupées par des lignes transversales, qui se montrent sous les mêmes formes que si elles étaient seules.

Il faut remarquer ici la manière la plus facile de tracer des ellipses de tous les rapports d'un axe à l'autre, pour ceux qui ne la savent pas. Après avoir tiré (fig. 178) deux lignes qui se coupent sous un angle droit, l'une, *pq*, égale au grand axe, et l'autre, *cd*, égale au petit axe, on prend avec un compas la moitié du grand axe, on met l'une des extrémités du compas au bout du petit axe, on fixe ensuite, aux endroits *m* et *n* (les foyers de l'ellipse) où un cercle tracé avec l'autre extrémité du compas coupe le grand axe, des pointes, auxquelles on attache un fil, étendu suffisamment pour qu'un crayon, qui s'appuie contre le fil, touche les bouts des axes; la courbe qu'on peut tracer de cette manière, est l'ellipse qu'on veut produire.

133.

Pour produire la première série de sons, où il n'y a que des lignes transversales, 2|0, 3|0, 4|0, etc. (fig. 179—182), il faut serrer avec les extrémités des doigts le milieu de la ligne extérieure, et appliquer l'archet au bout du grand axe. Le son de ces mouvemens est à l'ordinaire très-rauque et sans résonnance, parce qu'on ne peut pas serrer la plaque sur une ligne qui n'a point de largeur, sans gêner les vibrations des parties voisines.

Si l'on veut produire les vibrations, où une ligne longitudinale est coupée par des transversales, 1|1, 2|1, 3|1, etc. (fig. 183—187), on serre un endroit

où deux lignes nodales se coupent; par conséquent le serrement se fait pour la première figure (fig. 183), au milieu, et pour les autres, en des endroits sur le grand axe de plus en plus éloignés du centre; l'archet doit être appliqué entre les bouts de deux lignes. Cette série de figures ressemble beaucoup à celles d'une plaque rectangulaire, quand l'ellipse est fort alongée.

La manière de vibrations, où il n'y a qu'une ligne elliptique, 0|2, pourra être produite, si l'endroit où l'on serre cette ligne, et celui où l'on applique l'archet, sont à peu près dans le petit axe. Si la forme de la plaque est une ellipse fort alongée, il y a ordinairement à chaque bout, où les deux lignes longitudinales se réunissent, et encore plus dans 0|3, 0|4, 0|5, etc., un endroit plus considérable, qui reste immobile, pendant que les vibrations se communiquent seulement à travers; dans ce cas il sera convenable de serrer la plaque dans un endroit qui n'est pas trop éloigné d'un bout, de toucher en même tems un endroit de la ligne nodale extérieure, plus éloigné du bout, avec l'extrémité d'un doigt, et d'appliquer l'archet près de cet endroit touché, non loin du milieu d'un côté long. Pour produire les manières de vibrations où des lignes longitudinales sont coupées par des transversales, il faut serrer un des endroits extérieurs, où deux lignes se coupent, et appliquer l'archet, non loin de cet endroit, entre les bouts de deux lignes. Plus on veut

produire de lignes transversales, plus l'endroit serré pourra s'approcher d'un bout de la plaque; et plus on veut produire de lignes longitudinales, plus l'endroit qu'il faut serrer, et celui où l'on pourra toucher la ligne longitudinale extérieure avec l'extrémité d'un doigt, s'approcheront du bord. Un juste coup-d'œil et un peu d'habitude feront apprendre le reste.

134.

Il ne sera pas inutile de montrer le passage des figures des lignes nodales sur une plaque ronde, où les axes sont égaux à leurs transformations sur des plaques elliptiques où les axes sont inégaux.

La première série de vibrations où il n'y a que des lignes transversales, et la deuxième, où une ligne longitudinale est coupée par des transversales, sont la même chose pour une plaque elliptique, que les vibrations, où il n'y a que des lignes diamétrales, sont pour une plaque ronde; avec cette différence, que dans une plaque ronde la position de ces lignes est indifférente, parce que chaque diamètre est égal à l'autre; mais dans une plaque elliptique le nombre de lignes étant le même, les figures et les sons différeront beaucoup, selon que toutes ces lignes sont transversales, ou qu'une de ces lignes se trouve dans le grand axe. Quand les axes diffèrent très-peu, la différence des figures et des sons, dans ces deux cas, ne sera pas sensible, et les figures ne seront pas assez

prononcées

prononcées pour déterminer la position des lignes, laquelle peut être changée par des petits changemens de l'endroit de l'attouchement sans une altération sensible du son. Les figures où il y a plusieurs lignes nodales, se montrent alors à peu près comme la fig. 202, de manière que les lignes ne sont bien prononcées que près du bord, et qu'une grande partie au milieu reste immobile. Quand la largeur de l'ellipse est diminuée de plus en plus, les figures des manières de vibrer les plus simples commencent à se rapporter à l'un ou à l'autre axe, et à se distinguer par des sons différens. Quand la différence des axes augmente encore, les figures plus compliquées commencent aussi à se rapporter plus distinctement à l'une ou l'autre dimension.

Les espèces de vibrations d'une plaque ronde, où il n'y a que des lignes circulaires, ne peuvent se montrer sur une plaque elliptique, que d'une seule manière. Mais si ces lignes circulaires sont coupées par des lignes diamétrales, chacune de ces espèces de vibrations peut se montrer sur une plaque elliptique de deux différentes manières, selon qu'une de ces lignes se trouve dans le grand axe, ou selon que toutes sont transversales.

Les transformations des figures d'une plaque ronde produisent donc les figures suivantes sur des plaques elliptiques :

2|0, fig. 99 produit ou 2|0, fig. 179, ou 1|1, fig. 183;
3|0, fig. 100......... ou 3|0, fig. 180, ou 2|1, fig. 184;
4|0, fig. 101*a*....... ou 4|0, fig. 181, ou 3|1, fig. 185
etc.

0|I, fig. 104,........... 0|2, fig. 188,
1|I, fig. 105,.........ou 1|2, fig. 189, ou 0|3, fig. 194;
2|I, fig. 106,.........ou 2|2, fig. 190, ou 1|3, fig. 195;
3|I, fig. 107,.........ou 3|2, fig. 191, ou 2|3, fig. 196;
etc.

0|II, fig. 109.............0|4, fig. 200;
1|II, fig. 110, *a*...........1|4, ou 0|5 etc.

135.

Les rapports les plus remarquables d'un axe à l'autre sont ceux de 5 : 3, 8 : 3, 11 : 3, 14 : 3, 17 : 3, etc., ou en général, si n exprime, à commencer de 2, un nombre entier quelconque, ceux de $n3-1$ à 3. Dans les plaques de ces rapports des axes, les sons de toute espèce de vibrations (excepté celles où il n'y a que des lignes transversales, 2|0, 3|0, 4|0, etc.), se réunissent en une seule série, et, si T exprime le nombre de lignes transversales, et L celui des lignes longitudinales, toutes les manières de vibrations, où la quantité de $T + n\,L$ est la même, donnent le même son.

136.

Quand le rapport des axes est comme 9 à 8, on pourra produire les sons suivans sur la même plaque, qui, étant ronde, aurait donné les sons rapportés dans le § 130 :

Nombres des lignes transversales :	Nombres des lignes longitudinales :					
	0	1	2	3	4	5
0			*si* 1 —	*ré* 3	*ut* * 4 —	*sol* * 4 +
1		*ré* 1 +	*ut* 3 —	*si*♭ 3	*sol* 4 —	*ut* * 5 +
2	*ré* 1	*fa* 2	*si*♭ 3	*fa* 4 —	*ut* 5 +	*fa* * 5
3	*fa* 2	*ré* 3 +	*fa* 4 —	*si*♭ 4		
4	*ré* 3 +	*si*♭ 3	*si*♭ 4	*ré* * 5		
5	*si*♭ 3	*mi* 4 —				
6	*mi* 4 —					

La première série où il n'y a que des lignes transversales, n'est pas encore séparée de la deuxième, où il y a une ligne longitudinale; la position des lignes étant encore indifférente et indéterminée. Dans la première manière de vibrations 0|2, ou 1|1, on peut remarquer un peu de haussement du son, si une de ces lignes se trouve dans le grand axe.

Quelques figures, comme 4|1, 2|2 et 1|3, qui donnent le même ou presque le même son, peuvent passer l'une à l'autre par des distorsions intermédiaires.

137.

Quand on diminue la largeur encore un peu, pour que le rapport des axes soit comme 5 à 4, les sons qu'on pourra produire, sur la même plaque, seront :

Nombres des lignes longitudinales.						
5	4	3	2	1	0	Nombres des lignes transversales.
ut 5	*mi* 4	*fa* 3	*ut** 2 +			0
	la 4	*ut** 4	*ut** 3	*mi* 1		1
	ré 5	*sol* 4	*si*♭ 3 +	*fa** 2	*ré* 1 +	2
		ut 5 +	*fa** 4 —	*mi* 3 —	*fa** 2 —	3
		fa 5	*si* 4	*si* 3 —	*mi* 3 —	4
			mi 5	*mi* 4 +	*si* 3 —	5
					mi 4 +	6

138.

Les sons de la même plaque, quand un axe est à l'autre, comme 4 à 3, seront :

Nombres des lignes transversales \ Nombres des lignes longitudinales	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 2 +	*sol* 3 —	*fa** 4 —	*ré* 5
1		*fa* 1 —	*ré* 3 +	*ré* 4 +	*si* 4 —	
2	*ré** —	*fa** 2 +	*si* 3 —	*sol** 4 —	*ré** 5 +	
3	*fa** 2	*mi* 3	*fa** 4 —	*ut** 5 —		
4	*mi* 3	*si* 3 +	*si* 4 +	*fa* 5		
5	*si* 3 +	*fa* 4	*mi* 5 +			
6	*fa* 4					

Les deux premières séries 2|0, 3|0, 4|0, etc., et 1|1, 2|1, 3|1, etc., ne sont pas encore tout-à-fait séparées, la différence n'est presque sensible que dans les deux premiers sons.

139.

Le rapport des deux axes étant comme 3 à 2, les sons de la même plaque seront :

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales. 0	1	2	3	4	5	6
0			*ré** 1 −	*fa** 2 +	*fa* 3 −	*ut* 4	*fa** 4 +
1		*fa** 1 +	*sol** 2	*fa** 3 −	*ut** 4 −	*sol* 4	
2	*fa** 2 +	*fa* 3 −	*ut* 4	*fa** 4 +	*ut* 5	*fa* 5	
3	*si*♭ 3 +	*fa* 4 −	*si*♭ 4 +	*ré** 5	*sol* 5		
4	*la* 4	*ut* 5 +					
5	*fa* 5 +						

À présent les figures des deux premières séries sont mieux prononcées, et les sons sont différens.

Dans ce rapport des deux axes, plusieurs figures,

qui donnent le même son, peuvent passer l'une à l'autre; comme, par exemple, 3|0 et 0|2, qui peuvent être représentées par la fig. 203, laquelle, par des petits changemens des endroits de l'attouchement et du frottement peut se transformer en trois lignes transversales, ou en deux lignes longitudinales, auxquelles une ligne elliptique est égale, sans changement du son.

Il faut remarquer que dans ce rapport des axes, les figures où il y a deux lignes longitudinales ou elliptiques, 0|2, 1|2, 2|2, 3|2, etc., donnent les mêmes sons que la première série où il n'y a que des lignes transversales, à compter de la deuxième manière de vibrations, 3|0; et que le son de 0|2 est plus aigu d'une octave que celui de 1|1.

140.

Le rapport des axes, comme 5 à 3, est le premier degré où se réunissent (§ 135) les sons de toutes les figures pour former une seule série, excepté celles où il n'y a que des lignes transversales. La même plaque, qui aura donné les sons mentionnés, donnera dans ce rapport des axes les sons suivans:

Nombres des lignes longitudinales.

Nombres des lignes transversales.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0			*ré** 1	*sol* 2	*fa* 3	*ut** 4	*sol* 4			
1		*sol** 1 +	*la* 2 +	*sol* 3 —	*ré* 4 —	*sol** 4 —	*ut** 5 —	*fa* 5 +	*la* 5 —	*ut* 6
2	*la* 2 +	*sol* 3 —	*ré* 4 —	*sol** 4 —	*ut** 5 —	*fa* 5 +	*la* 5 —	*ut* 6		
3	*ré* 4 —	*sol** 4 —	*ut** 5 —	*fa* 5 +	*la* 5 —	*ut* 6				
4	*ut** 5 —	*fa* 5 +	*la* 5 —	*ut* 6						
5	*la* 5 —	*ut* 6								

En exprimant par T le nombre des lignes transversales et par L le nombre des lignes longitudinales, et en supposant $n = 2$, toutes les manières de vibrations dans lesquelles la quantité $T + 2 L$ est la même, donnent le même son. Dans la Table suivante je rangerai verticalement les manières de vibrations, dont le son est le même.

	1|1	2|1	3|1	4|1	5|1	6|1	7|1	8|1	9|1
		0|2	1|2	2|2	3|2	4|2	5|2	6|2	7|2
				0|3	1|3	2|3	3|3	4|3	5|3
						0|4	1|4	2|4	3|4
								0|5	1|5
Quantité de $T+2L$:	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sons :	*sol** 1 +	*la* 2 +	*sol* 3 —	*ré* 4 —	*sol** 4 —	*ut** 5 —	*fa* 5 +	*la* 5 —	*ut* 6

etc.

Les sons ne répondent pas aux carrés de ces sommes, comme on pourrait le présumer, chaque in-

tervalle étant plus grand; il faut plutôt les regarder comme un élargissement de la série naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, etc., à laquelle ils se conforment, quand la largeur est très-petite.

Les figures, qui donnent le même son, sont ordinairement représentées par des distorsions qui peuvent passer à l'une ou l'autre figure plus prononcée. Celles où plusieurs lignes transversales sont coupées par des lignes longitudinales, se montrent souvent d'une telle manière, que les bouts des lignes transversales sont plus convergens d'un côté et plus divergens de l'autre. Les mêmes qualités des figures se font aussi remarquer dans les rapports des axes, comme 8:3; 11:3; etc.

141.

Quand les rapports des axes sont comme 2 à 1; les sons de la même plaque seront:

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales.					
	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 1 +	*sol* 2 +	*fa** 4	*ré* 4
1		*si* 1 +	*ut* 3	*la* 3 +	*mi* 4	*la* 4
2	*ré** 3 +	*ut* 4 —	*fa** 4 —	*si* 4 —	*mi* 5 —	*sol** 5 —
3	*sol* 4 +	*ut* 5 +	*fa* 5 —	*sol** 5		
4	*fa** 5	*si* ♭ 5 —	*ut* 6 +			
5	*ré* 6					

Ici la série des sons qui convient aux vibrations où il n'y a que des lignes longitudinales, 0|2, 0|3, 0|4, etc., est la même que celle des sons, où il n'y a que des lignes transversales 2|0, 3|0, 4|0, etc. Mais les sons sont plus aigus de deux octaves; par conséquent ils sont dans ce cas, comme les carrés renversés des dimensions auxquelles ils se rapportent; dans d'autres cas les rapports ne sont pas les mêmes.

142.

Le deuxième cas, où les sons de toutes les figures, (excepté celles où il n'y a point de lignes longitudi-

nales) concourent pour former une seule série (§ 135), est celui où le rapport d'un axe à l'autre est comme 8 à 3; mais cette coïncidence se fait toujours d'un degré plus tard que dans le rapport des axes, comme 5 à 3 (§ 140). Il faut ici supposer $n=3$; chaque ligne longitudinale sera donc équivalente à trois transversales, et toutes les figures dans lesquelles la somme de $T+3L$ est la même, donneront le même son. Voici les sons de la même plaque:

Nombres des lignes longitudinales. / Nombres des lignes transversales.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0			ré* 1+	sol 2+	fa* 3	ré 4+				
1		ré 2	ré 3+	si 3 —	fa 4	si♭ 4+	ré* 5	sol 5	si 5—	ré 6
2	si 3 —	fa 4	si♭ 4+	ré* 5	sol 5	si 5—	ré 6			
3	ré* 5	sol 5	si 5—	ré 6						
4	ré 6									

Les figures, rangées ici verticalement, donnent

le même son :

	1|1	2|1	3|1	4|1	5|1	6|1	7|1	8|1	9|1
			0|2	1|2	2|2	3|2	4|2	5|2	6|2
						0|3	1|3	2|3	3|3
									0|4
Quantité de $T+3L$:	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sons :	*ré* 2	*ré* 3 +	*si* 3 —	*fa* 4	*si*♭ 4 +	*ré*✱ 5	*sol* 5	*si* 5 —	*ré* 6

etc.

Plus la largeur de la plaque est diminuée, plus

les intervalles de ces sons s'approchent de la série naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, etc.

143.

Les sons de la même plaque, dans les rapports d'un axe à l'autre, comme 1 à $\frac{1}{3}$, étaient :

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales.					
	0	1	2	3	4	5
0			*ré** 1 +	*sol* 2 +	*fa** 3 +	*ré** 4 —
1		*fa** 2	*fa** 3	*ré* 4 —	*sol** 4 —	*ut** 5 +
2	*mi* 4	*si*$^{\flat}$ 4 —	*ré* 5 —	*fa** 5 +	*si*$^{\flat}$ 5	
3	*sol** 5	*si* 5 —	*ut** 6 +	*mi* 6 —		
4	*sol* 6					

Il faut remarquer ici, que les sons des vibrations où il n'y avait que des lignes transversales, étaient à peu près plus aigus de trois octaves que ceux où il n'y avait que des lignes longitudinales.

144.

Quand le rapport du grand axe au petit est comme 11 à 3, les sons de toutes les manières de vibrations,

tions, où il y a des lignes longitudinales, forment une seule série (§ 135); mais la coïncidence se fait d'un degré plus tard que dans le rapport 8:3 (§ 142), et de deux degrés plus tard que dans le rapport 5 : 3 (§ 140). Il faut supposer ici $n = 4$, et l'effet de chaque ligne longitudinale, comme le quadruple d'une ligne transversale. Toutes les figures où (§ 135) la quantité de $T + 4 L$ est la même, donnent le même son. La même plaque pourra donner les sons suivans :

Nombres des lignes transversales.

Nombres des lignes longitudinales.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0			*ré** 1 +	*sol* 2 +	*sol* 3 —	*ré** 4	*la* 4 +	*ré** 5	*sol** 5				
1		*la* 2	*la* 3	*mi* 4 +	*si*^{b} 4 +	*ré** 5 +	*sol** 5 —	*ut* 6	*ré** 6	*fa** 6	*sol** 6 +	*si* 6	*ut** 7
2	*si*^{b} 4 +	*ré** 5 +	*sol** 5 —	*ut* 6	*ré** 6	*fa** 6	*sol** 6 +	*si* 6	*ut** 7				
3	*ré** 6	*fa** 6	*sol** 6 +	*si* 6	*ut** 7	*ré** 7							
4	*ut** 7	*ré** 7											

Je mettrai ici les manières de vibrer, qui donnent le même son, l'une sous l'autre :

	1|1	2|1	3|1	4|1 0|2	5|1 1|2	6|1 2|2
Quant. de $T+4L$:	5	6	7	8	9	10
Sons :	*la* 2	*la* 3	*mi* 4+	*si* ♭ 4+	*ré* * 5 +	*sol* * 5—

	7|1 3|2	8|1 4|2 0|3	9|1 5|2 1|3	10|1 6|2 2|3	11|1 7|2 3|3	12|1 8|2 4|3 0|4
Quant. de $T+4L$:	11	12	13	14	15	16
Sons :	*ut* 6	*ré* * 6	*fa* * 6	*sol* * 6	*si* 6	*ut* * 7

145.

Les rapports des axes étant comme 1 à $\frac{1}{4}$, les sons de la même plaque sont les suivans :

Nombres des lignes longitudinales.	Nombres des lignes transversales. 0	1	2	3	4	5
0			*ré** 1 +	*sol* 2 +	*sol** 3 —	*ré** 4
1		*si*♭....*si* 2	*si*♭ .... *si* 3	*fa** 4 —	*ut* 5	*fa* 5 —
2	*ut**.... *ré* 5	*fa** 5	*si*♭ 5	*ut** 6 +	*mi* 6 +	*sol* 6
3	*fa** 6	*la* 6 —	*si* 6	*ut** 7 —		
4	*fa* 7 —	*fa** 7 +				

146.

Quand on diminue encore de plus en plus la largeur d'une plaque elliptique, les sons de la première série, où il n'y a que des lignes transversales, ne seront changés que très-peu; le plus grand haussement dont le premier son sera encore susceptible, ne surpassera pas un semi-ton; mais les sons de toutes les figures où il y a des lignes longitudinales, deviendront plus aigus, et dans les rapports des axes, considérés dans le § 135, tous ces sons formeront une seule série, de manière que pour le rapport des axes 14:3, n est $= 5$; pour celui de 17 : 3, n est $= 7$; pour celui de 20:3, n est $= 6$, etc., et qu'en

regardant les quantités qui donnent le même son, il faut prendre successivement $T + 5 L$; $T + 6 L$, etc. J'ajouterai encore les sons des plaques dans quelques autres rapports semblables, en réduisant tout à la même hauteur :

Dans le rapport des axes: 14 : 3.

	1|1	2|1	3|1	4|1	5|1 0|2	6|1 1|2	7|1 2|2	8|1 3|2
Quantité de $T + 5L$:	6	7	8	9	10	11	12	13
Sons:	*ut* * 3 +	*ut* * 4 +	*sol* * 4 +	*ré* 5 —	*fa* * 5	*si*♭ 5 +	*ré* 6	*fa*....*fa* * 6.
	9|1 4|2	10|1 5|2 0|3	11|1 6|2 1|3	12|1 7|2 2|3	13|1 8|2 3|3	14|1 9|2 4|3	15|1 10|2 5|3 0|4	
Quantité de $T + 5L$:	14	15	16	17	18	19	20	
Sons:	*sol* * 6	*si*♭ ....*si* 6	*ut* *....*ré* 7	*ré* *...*mi* 7	*fa* * 7 —	*sol*..*sol* * 7	*la* 7	etc..

Dans le rapport 17:5.

	1|1	2|1	3|1	4|1	5|1	6|1 0|2	7|1 1|2
Quantité de $T+6L$: Sons :	7 *mi* 3 +	8 *mi* 4 +	9 *si* 4 +	10 *mi* 5 +	11 *sol*✱ .... *la* 5	12 *ut* .... *ut*✱ 6	13 *mi* 6 —
	8|1 2|2	9|1 3|2	10|1 4|2	11|1 5|2	12|1 6|2 0|3	13|1 7|2 1|3	14|1 8|2 2|3
Quantité de $T+6L$: Sons :	14 *sol* 6	15 *si*♭ 6	16 *ut*...*ut*✱ 7	17 *ré*✱ 7	18 *fa* 7	19 *sol* 7 —	20 *sol*✱ ....*la* 7

etc.

Dans le rapport 20 : 3.

	1|1	2|1	3|1	4|1	5|1	6|1	7|1 0|2
Quantité de *T* + 7 *L*:	8	9	10	11	12	13	14
Sons:	*sol* 3	*sol* 4	*ré* 5	*sol* 5	*si* 5	*ré** 6 —	*fa** 6

	8|1 1|2	9|1 2|2	10|1 3|2	11|1 4|2	12|1 5|2	13|1 6|2	14|1 7|2 0|3
Quantité de *T* + 7 *L*:	15	16	17	18	19	20	21
Sons:	*la* 6	*ut* 7 —	*ré* 7 +	*mi* 7 +	*fa** 7 +	*sol** 7	*la..si*♭ 7

etc.

Je n'ai pas voulu pousser plus loin ces expériences, dont l'exécution et la rédaction étaient très-difficiles, parce que celles-ci suffiront pour juger du passage par des ellipses encore plus alongées aux vibrations d'une verge ou lame étroite ; la série 2|0, 3|0, 4|0, etc., représentant les vibrations transversales, et celle de 1|1, 2|1, 3|1, 4|1, etc., les vibrations tournantes. Je n'ai pas ajouté le son d'une seule manière de vibrations, que je n'aurais pas produite, et je ne crois pas que les différences de la vérité, causées peut-être par de petites irrégularités des plaques, surtout quand les ellipses sont alongées, et par la difficulté d'apprécier des sons très-aigus, pourront égaler ou excéder un semi-ton.

147.

Il résulte de ces recherches sur les sons des plaques elliptiques de différens rapports des axes,

1° Qu'en diminuant un axe peu à peu, la première série de vibrations, où il n'y a que des lignes transversales, se sépare successivement, à commencer des sons les plus graves, de la deuxième série où il y a des lignes transversales coupées par une ligne longitudinale; ces deux séries étant la même chose sur une plaque ronde où les axes sont égaux et la position des lignes est indifférente. Les intervalles des sons de la première série 2|0, 3|0, 4|0, etc., qui dans une plaque ronde répondent aux carrés de 2, 3, 4, etc., s'élargissent peu à peu quand l'ellipse devient plus alongée, de manière qu'ils s'approchent de plus en plus des rapports des carrés de 3, 5, 7, 9, etc., qui conviennent aux vibrations transversales d'une verge ou lame libre (§ 71). La hauteur absolue de ces sons, qui dépend surtout de la longueur, n'augmente qu'au plus d'une tierce majeure pour le premier son, quand la largeur d'une plaque ronde a subi la plus grande diminution;

2° Que les intervalles des sons de la deuxième série 1|1, 2|1, 3|1, etc., qui, au commencement étaient les mêmes que ceux de la première série, diminuent peu à peu, quand la largeur de l'ellipse est diminuée elle-même de plus en plus; de ma-

nière que ces intervalles passent enfin successivement à la série naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, etc., qui convient aux vibrations tournantes d'une verge, dont ces mouvemens ne diffèrent pas pour l'essentiel. Quand l'ellipse était fort alongée, par exemple, dans le rapport des axes 17:3 ou 20:3, il me semblait que les premiers sons de cette série se rapprochaient presqu'un peu plus que la série naturelle des nombres.

Le premier son de cette série 1|1, était toujours à peu près dans le rapport renversé du petit axe.

3°. Que les sons de vibrations où il n'y a que des lignes longitudinales (à compter une ligne elliptique pour deux lignes), 0|2, 0|3, 0|4, etc., ont entr'eux à peu près les mêmes rapports que ceux où il n'y a que des lignes transversales, 2|0, 3|0, 4|0, etc.; mais qu'ils sont plus aigus, si le petit axe est plus diminué. Quand la différence des deux axes est un peu plus grande que 5:4, et un peu moindre de 4:3, les sons de la série 0|2, 0|3, 0|4, etc., sont plus aigus d'une octave que ceux de la série 2|0, 3|0, 4|0, etc. Quand les axes sont entr'eux comme 1 à $\frac{1}{2}$, ils diffèrent de deux octaves; quand la différence des axes est un peu moindre de 1 à $\frac{1}{3}$, les sons sont plus aigus de trois octaves; quand la différence des axes excède un peu le rapport de 1 à $\frac{1}{4}$, les sons diffèrent de quatre octaves.

4°. Que dans les rapports des axes 5:3, 8:3, 11:3, 14:3, etc., tous les sons des vibrations, où il y a des lignes longitudinales, concourent pour former

une seule série; de manière que si l'on compte dans le rapport des axes 5:3, l'effet d'une ligne longitudinale, pour le double de celui d'une ligne transversale, dans le rapport 8:3, pour le triple; dans le rapport 11 : 3 pour le quadruple, etc., toutes les figures dans lesquelles la somme est la même, donnent le même son.

5°. Que, le rapport des axes étant 3:2, les sons des vibrations où il y a une ligne elliptique (ou deux lignes longitudinales) 0|2, 1|2, 2|2, 3|2, etc., sont les mêmes que ceux des vibrations où il n'y a que des lignes transversales, à compter du deuxième, 3|0, 4|0, 5|0, etc.

F. *Vibrations des plaques hexagones.*

148.

Les figures des lignes nodales dans les vibrations d'une plaque hexagone, ressemblent à celles d'une plaque ronde, en se rapportant à un certain nombre de lignes diamétrales et circulaires. Mais ne sachant pas déterminer quelques figures de cette manière avec assez de certitude, je préfère de les ranger suivant la gravité et la hauteur de leurs sons; mais pour plus de précision j'écrirai les figures qui peuvent être déterminées de la même manière que pour une plaque ronde, en séparant par une petite ligne verticale le premier nombre qui exprime les lignes diamétrales, de l'autre écrit en chiffres romains, qui exprime les lignes circulaires.

149.

De toutes les figures qu'on peut produire sur une plaque hexagone, celle, où deux lignes nodales se coupent, où 2|0, donne le son le plus grave. La figure peut se montrer régulière comme la fig. 127, mais par de petits changemens des endroits de l'attouchement et du frottement, la position des lignes peut être changée sans altération du son, de manière que leur direction n'a point de rapport déterminé avec la forme de la plaque. Je regarderai ce son le plus grave, comme *ut* 2, pour le comparer avec les autres sons.

Le son de 0|1 (fig. 128) est presque d'une septième mineure plus aigu que le précédent, il sera donc *si*♭ 2.

Dans 3|0 les lignes nodales peuvent aboutir au milieu des côtés (fig. 129), ou aux angles (fig. 130); dans le premier cas le son sera *ré* 3, dans l'autre, *fa* 3.

Dans 1|1 la ligne diamétrale qui coupe la circulaire, peut passer du milieu d'un côté à l'autre (fig. 131), ou d'un angle à l'autre (fig. 132), ou dans chaque autre sens, sans changement du son, qui sera plus aigu de deux octaves que le premier, ou *ut* 4.

4|0 qui donne *ut** 4, se montre ordinairement comme la fig. 133, mais la direction des lignes est arbitraire.

La figure 134 semble être une distorsion de 5|0, le son est entre *sol** 4 et *la* 4.

La fig. 135, qui représente 2|I, et la fig. 136, qui représente o|II, où les inflexions du cercle extérieur se trouvent aux angles, donnent le même son si♭ 4; ces deux figures peuvent passer l'une à l'autre, par des distorsions intermédiaires.

La fig. 137 égale à 6|o, et la fig. 138 donnent le même son *ré* 5. Je ne déciderai pas si la fig. 138 est une distorsion de la fig. 137, ou 3|I, avec des inflexions au milieu des côtés.

Il semble que les figures 139 et 140, dont le son est *ré** 5, représentent o|II d'une autre manière que la fig. 136, les inflexions du cercle extérieur étant au milieu des côtés.

1|II se montre de deux manières différentes: la ligne diamétrale peut aboutir aux angles (fig. 141), ou au milieu de deux côtés (fig. 143); dans le premier cas le son sera *fa* 5, dans l'autre, *la* 5. La fig. 143 est souvent déformée dans la fig. 144.

3|1 avec des lignes qui aboutissent aux angles (fig. 142), donne *fa** 5.

Je ne déciderai pas si les fig. 145 et 146, qui ne diffèrent pas essentiellement, représentent 8|o ou 4|I; le son est un peu plus aigu que *si* 3.

2|II (fig. 147) dont la fig. 148 est une distorsion, donne *ré* 6.

La fig. 149, qui donne *mi* 6, semble représenter 9|o.

La fig. 150 est peut-être 3|II, avec des lignes diamétrales qui aboutissent au milieu de chaque côté; le son est *fa* 6.

Nombres des lignes semi-circulaires.	Nombres des lignes semi-diamétrales.							
	0	1	2	3	4	5	6	7
0				fig. 204 *fa* 2	205 *ré** 3 +	206 *ut* 4 —	207 *fa** 4	208 *si* 4
1	fig. 209 *ut* 2	210 *ré** 3 +	211 *ut* 4 +	212 *sol** 4	213 *ré* 4 —	*sol* 5	*si* 5	
2	214 *ré* 4 +	215 *si*♭ 4	216 *mi* 5	217 *la* 5	218 *ut** 6 +	*fa* 6		
3	*fa* 5	*si*♭ 5	*ré* 6 +	*fa** 6				
4	*ré** 6	*sol* 6						

Je présumais qu'on pourrait aussi produire une manière

manière de vibrations, où il y avait deux lignes semi-diamétrales, presque comme les fig. 211 ou 216 seraient, s'il n'y avait pas des lignes semi-circulaires; mais cela n'a pas réussi.

Les sons des manières de vibrations, où il y a seulement des lignes semi-diamétrales (fig. 204—208), ne diffèrent pas beaucoup des carrés des nombres 3, 4, 5, 6, etc. En regardant cette série comme isolée des autres, tous les sons des manières de vibrations où il y a des lignes semi-circulaires, s'approchent des rapports des carrés de $D + 2C$, en exprimant par D les lignes semi-diamétrales, et par C les lignes semi-circulaires, et en négligeant l'élargissement des intervalles dû à la prépondérance des lignes semi-circulaires, et leur diminution due à la prépondérance des lignes semi-diamétrales. Tout se passe ici à peu près comme sur une plaque ronde.

152.

Si la forme de la plaque est un quart, ou un sixième, ou en général une partie d'une plaque ronde, beaucoup de figures se montrent d'une telle manière qu'elles sont une partie de celles qu'on peut produire sur une plaque ronde, et qu'elles se rapportent à des lignes dans des directions diamétrales ou circulaires.

H. *Vibrations des plaques triangulaires et de quelques autres.*

153.

Quelques figures des lignes nodales d'une plaque triangulaire équilatérale, pourraient être rangées suivant le nombre des lignes, ou parallèles, ou normales à la base; mais parce que plusieurs figures ne veulent pas s'accommoder à cette manière de les envisager, je range ici les figures que j'ai observées, selon la gravité et la hauteur de leurs sons.

La figure qui donne le son le plus grave, est la figure 219, qui se peut aussi montrer comme la figure 220. J'attribuerai à cette figure le son *ut* 2, pour le comparer avec les autres. La fig. 223, qui peut se transformer très-facilement dans la fig. 222, donne un son un peu plus aigu de *ut**2; mais les fig. 219 et 223 peuvent passer l'une à l'autre par les fig. 220, 221 et 222; le son devient plus aigu, quand la figure s'approche plus de la fig. 223, et plus grave, quand elle s'approche de la fig. 219; la plus grande différence surpasse un peu un semi-ton.

Le son des fig. 224 et 225, qui ne diffèrent pas essentiellement, sera un peu plus aigu que *ré** 4;

Celui de la fig. 226 à peu près *fa* 4;
..........fig. 227, *la* 4;
..........fig. 228, qui se peut aussi montrer

comme les figures 229 ou 230, *ré* 5 ;

..........fig. 231 et les distorsions, fig. 232 et 233, *ré** 5.

..........fig. 234 et 235, *sol* 5,

..........fig. 236, 237, 238, qui semblent être des variations l'une de l'autre, et celui de la fig. 239, *si*♭ 5;

..........fig. 240, 241, 242, *ré** 6;

..........fig. 243, *sol* 6.

154.

Toutes les figures des plaques triangulaires équilatérales, quand on compose plusieurs plaques sur lesquelles se trouve la même figure, forment des dessins réguliers, plus ou moins compliqués.

Quelques figures compliquées se forment aussi en composant quatre plaques, de manière qu'elles forment un triangle plus grand, comme dans la fig. 244; par exemple, la fig. 229, qui se forme en composant quatre fois la fig. 219; et la fig. 243, qui contient quatre fois la fig. 226. On aura de même la fig. 237, si l'on environne une plaque, sur laquelle se trouve la fig. 226, de trois autres sur lesquelles on a produit la fig. 223. Des parties d'un triangle équilatère donnent plusieurs figures qu'on peut regarder comme des parties de celles d'un pareil triangle, mais les rapports des sons sont différens. Sur une plaque, dont la forme est un trapèze, qu'on produit en coupant la quatrième partie d'un triangle

équilatère (fig. 245), les figures étaient presque comme sur les plaques triangulaires, hormis la partie de la figure, qui devrait se trouver sur la partie coupée. Des plaques, dont la forme est un triangle rectangle produit en coupant verticalement un triangle équilatère (fig. 246), donnent aussi quelques figures, qui sont la moitié de celles d'un triangle équilatère. Quelques figures, qu'on peut produire en composant deux plaques triangulaires, peuvent aussi être produites sur une plaque rhomboïdale de la même forme (fig. 247). Très-peu de figures d'une plaque hexagone résultent de la composition de plaques triangulaires; les seules que je connais, sont les fig. 136, que l'on forme en prenant six fois la fig. 219,

...139,................................222,

...150,................................237.

I. *Remarques sur quelques usages pratiques des plaques.*

155.

Chez nous, à ce que je sais, on ne se sert pas des plaques pour la musique, excepté pour des carillons, qui consistent en des lames rectangulaires de verre, d'acier, ou d'une autre matière assez sonore, frappées par des baguettes, ou par des petits marteaux, mis en mouvement par un clavier. Le mode de vibrations est représenté dans les fig. 47 et 24.

En Chine on se sert d'un instrument de musique,

nommé *king*, qui consiste en des plaques de métal ou d'une pierre schisteuse, et dont la forme, presque semblable à une équerre, est comme la fig. 248. Les rapports des dimensions sont : $cd = 2$, $be = 3$, $ab = 6$, $ac = 9$. On tire une ligne parallèle à *ca*, à une distance de la moitié de *cd*, et une autre parallèle à *ab* à une distance de la moitié de *eb*; dans l'endroit *n*, où ces deux lignes se coupent, on fore un trou, auquel la plaque est suspendue. On la frappe avec des baguettes à l'endroit marqué par *g*. On trouve plus de renseignemens dans les *Mémoires concernant les Chinois*, *tom.* VI, *rédigés par Amiot*, p. 2, p. 255, et dans un Mémoire ajouté : *Essai sur les pierres sonores*, comme aussi dans le *tom.* XIII de *l'Histoire générale de la Chine*, *rédigée par Grosier*, p. 300 et 772. Des expériences que j'ai faites sur des plaques de verre de la même forme, ont montré, que les lignes nodales étaient comme dans la fig. 249; par conséquent les endroits où la plaque est suspendue et frappée, sont les plus convenables.

Un autre instrument Chinois, qui trouve sa place ici, s'appelle *Gonggong* ou *Tamtam*. Ceux que j'ai vus, surtout à Copenhague, étaient d'un métal jaunâtre fondu d'une seule pièce, de la forme d'un tambourin, environ de 6 décimètres de diamètre. Le bord était à peu près de 6 centimètres de hauteur, et de l'épaisseur d'un doigt; sur la lame sonore au milieu, d'une épaisseur moindre, on voyait sur toute la surface

extérieure, les impressions des coups de marteau très-forts, qui avaient servi pour augmenter considérablement l'élasticité de la lame, par la résistance du bord contre la tendance de la lame à se dilater. Par conséquent la manière d'élasticité de cette lame est tout-à-fait opposée à celle d'une membrane de timbale, où elle est opérée par la tension. On frappe le milieu avec une baguette dont l'extrémité est enveloppée de drap ou de quelque autre chose de mou; le son est extrêmement fort et résonnant, et accompagné d'un frémissement qui produit un effet épouvantable. Cet instrument était employé à Copenhague avec succès, pour exprimer dans un Oratorio le tremblement de terre à la mort de Jésus-Christ; en Chine on s'en sert pour donner des signaux.

SECTION VIII.

Vibrations des cloches et des vases.

156.

Les vibrations d'une cloche ou d'un vase rond sont conformes à celles d'une plaque ronde, dans laquelle il n'y a que des lignes nodales diamétrales (§ 126). Ces corps sonores peuvent se partager en 4, 6, 8, ou, en général, en un nombre pair de parties vibrantes, séparées par des lignes nodales qui se coupent au milieu, où il y a le col ou le manche de la cloche. La principale différence d'une plaque ronde est, que les courbures causées par les vibrations, ne s'appliquent pas à des directions droites, mais à des courbes qui existent déjà par la forme du corps sonore.

157.

Quand une cloche est frappée, on entend surtout le son le plus grave; mais, en écoutant avec attention, on le trouvera souvent accompagné d'un mélange confus de sons aigus peu harmoniques; cependant on peut produire chaque son, dont la cloche

est susceptible, séparément, en touchant avec les doigts, ou d'une autre manière, une ou plus d'une ligne nodale pour le mode de vibrations qu'on veut produire, et en appliquant l'archet au milieu d'une partie vibrante. Pour rendre visible la nature des vibrations, on ne peut pas se servir de sable, parce qu'il n'y a pas une surface droite; il sera donc nécessaire de mettre de l'eau dans la cloche ou dans le vase, laquelle, selon qu'on produit la première, ou la deuxième, ou une autre manière de vibrations, est repoussée par 4, 6, ou plusieurs parties vibrantes, de sorte que les crispations de la surface se font voir comme dans les fig. 252 ou 257. Les mêmes crispations se font voir en dehors, si la cloche est environnée d'eau. Quand on répand un peu de poudre de lycopode très-sèche sur la surface de l'eau, les divisions en 4, 6, ou un plus grand nombre de parties se rendent visibles par des figures plus durables.

158.

La manière de vibrer la plus simple, qui donne le son le plus grave, peut être produite sans mélange d'autres, si l'on touche la cloche ou le vase, avec les bouts des doigts, dans deux endroits ou opposés ou éloignés l'un de l'autre d'un quart de cercle, en appliquant l'archet à une distance de 45 degrés d'une ligne nodale, dont la position est déterminée par l'attouchement; par exemple, si la cloche (fig. 250), est touchée en *m* ou *n*, ou en un

endroit de la ligne *pq*, il faut appliquer l'archet dans la direction *cf* ou *hg*. Les quatre parties *qfn*, *ngp*, *pcm*, *mhq* font leurs mouvemens, comme je l'ai montré sur une plaque ronde, de manière que deux opposées sont pliées en dedans, pendant que les deux autres sont pliées en dehors, les lignes *mn* et *pq* restant immobiles. La cloche prend alternativement les courbures représentées dans la fig. 251 *a* et *b*. Si l'on a versé de l'eau dans la cloche, les ébranlemens se feront voir sur la surface comme dans la fig. 252.

159.

Une cloche d'Harmonica, qui se tourne autour de l'axe, et dont les vibrations sont produites en la frottant avec un doigt mouillé d'eau, ou avec une autre matière convenable, comme aussi un autre vase rond de verre, frotté de la même manière non loin du bord dans le sens de la périphérie, se partage aussi en quatre parties vibrantes, mais la position de ces parties change dans chaque instant. La manière de vibrer et le son sont les mêmes que si l'on frappait la cloche, ou si l'on appliquait l'archet de violon; mais l'endroit où l'on produit le mouvement, a un autre rapport à la position des lignes nodales et des parties vibrantes. Quand le mouvement est produit en frappant ou en appliquant l'archet dans une direction diamétrale, cet endroit est à peu près le milieu d'une partie vibrante, et les lignes

nodales se trouvent à une distance de 45 degrés; mais quand on produit le mouvement par un frottement dans le sens de la périphérie, une ligne nodale passe par l'endroit du frottement, et la partie de la cloche (fig. 253) où le frottement se fait dans la direction *mn*, prend alternativement les positions *fg* et *pq*. On ne peut pas toucher une cloche de l'Harmonica, en même tems, dans plus d'un endroit, sans empêcher les vibrations, excepté dans des endroits opposés, ou éloignés l'un de l'autre d'un quart de la périphérie.

160.

La construction d'une Harmonica est rendue souvent pénible par des inégalités du son de la même cloche, quand elle est frottée en différens endroits. Les inégalités du son peuvent être causées par des irrégularités de l'épaisseur ou par des excentricités; le son étant un peu différent, si une ligne nodale passe par l'endroit vicieux, ou si cet endroit se trouve dans une partie vibrante. Une tasse de porcelaine à anse pourra servir pour le montrer par des expériences; si l'on applique l'archet de violon à l'endroit où se trouve l'anse, ou vis-à-vis, ou à une distance de 90 degrés, la position des lignes nodales sera comme dans la fig. 254, et le son sera plus grave que si l'on produisait le mouvement à une distance de 45 ou 135 degrés, parce que dans ce cas l'anse ne fait pas des vibrations, la position des lignes no-

dales étant comme dans la fig. 255. On entendra donc, en appliquant l'archet successivement à tous les endroits de la périphérie, huit variations alternatives d'un son plus grave et d'un autre plus aigu, comme dans chaque rotation d'une cloche vicieuse d'Harmonica. Une cloche à sonner, qui a le même défaut, pourra pourtant rendre un son pur, quand elle sera frappée dans un endroit où l'un de ces deux sons est prédominant, et quand on fixera la position des lignes nodales par une espèce de sourdine appliquée à une distance de 45 ou 135 degrés de l'endroit frappé.

161.

Dans la deuxième manière de vibrer, une cloche ou un vase rond se partage en six parties vibrantes, comme une plaque ronde dans la fig. 100. Pour produire ce son, on applique l'archet à une distance de 90 degrés d'un endroit où l'on a fixé une ligne nodale par l'attouchement; on peut aussi toucher en même tems deux endroits distans l'un de l'autre de 60 degrés. La cloche se plie alternativement aux courbures, représentées dans la figure 256 *a* et *b*. Quand on a mis de l'eau dans la cloche, les crispations de la surface se montreront comme la fig. 257. La même espèce de vibrations pourra être produite sur une cloche d'Harmonica assez grande, en frottant deux endroits éloignés de 60 degrés. La troisième manière de vibrations est celle où la cloche se partage en huit parties vibrantes, comme une

plaque ronde dans la fig. 101 *a*. On la produit en touchant deux endroits éloignés l'un de l'autre de la huitième partie de la périphérie, et en appliquant l'archet au milieu entre ces deux endroits touchés, ou dans un autre endroit convenable. Dans les autres manières de vibrer, la cloche ou le vase peut se partager en dix, en douze ou plusieurs parties vibrantes, autant que sa grandeur et son épaisseur le permettent.

Si la forme d'une cloche ou d'un vase est assez régulière, et l'épaisseur partout la même, la série des sons possibles est comme les carrés de 2, 3, 4, etc. Quand le son le plus grave est *ut* 2, la série des sons possibles sera :

Nombre des parties vibrantes :	4	6	8	10	12
Sons :	*ut* 2	*ré* 3	*ut* 4	*sol** 4 —	*ré* 5 —
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons :	2	3	4	5	6
etc.					

Cette série sera celle d'une cloche d'Harmonica hémisphérique, ou d'un autre vase semblable ; mais si la forme est différente, ou si l'épaisseur n'est pas la même vers le bord et vers le milieu, tous les in-

tervalles peuvent se diminuer ou s'agrandir; de manière que la distance du premier son au second, peut être moindre d'une octave, ou plus grande d'une douzième, et que de même, les autres distances s'élargissent ou se contractent. Cependant il faut regarder la série citée, comme le terme moyen pour les distances d'un son à l'autre, qui sont les mêmes que sur une plaque ronde divisée de la même manière.

L. Euler (*de sono campanarum in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom.* x) prétend, que la série des sons possibles d'une cloche est comme 1, $\sqrt{6}$ $\sqrt{20}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{105}$, $\sqrt{196}$, etc. *Golovin* ayant appliqué les recherches d'*Euler* sur les vibrations des anneaux aux cloches d'Harmonica, a trouvé que le son fondamental d'une cloche, partagée en quatre parties vibrantes, étant = 1, les autres sons devraient être comme les carrés de 2, 3, 4, 5, etc. Mais ces résultats ne se constatent pas par l'expérience, et les suppositions, sur lesquelles ces recherches sont fondées, ne sont pas conformes à la nature. Il ne faut pas vouloir expliquer les vibrations d'une cloche par des vibrations des anneaux; les mouvemens des parties vibrantes d'un anneau, et les rapports des sons étanttout-à-fait différens de ceux d'une cloche, et de ceuxqui résultent des recherches d'*Euler* et *Golovin*. Il me paraît qu'il n'y aura d'autre moyen de déterminer, par la théorie, les vibrations d'une cloche, que,

supposé qu'on ait réussi à trouver les expressions vraies pour les vibrations d'une plaque ronde dans les fig. 99, 100, 101 *a*, 102 *a*; d'appliquer les courbures pour une lame droite, aux courbures qui existent déjà par la forme du corps sonore.

162.

Si *n* exprime le nombre dont le carré convient à chaque manière de vibrations, *D* l'épaisseur, *L* le diamètre, *R* la rigidité, *G* la pesanteur spécifique, les sons des vases ou cloches, dont la forme est la même, seront $= \frac{n^2 D}{L^2} \sqrt{\frac{R}{G}}$, comme dans d'autres corps rigides (§ 75).

163.

Les vibrations d'autres corps rigides membraniformes, par exemple, d'une forme sphérique, cylindrique, etc., sont tout-à-fait inconnues, et il sera très-difficile de les déterminer par des expériences, et encore plus difficile par la théorie.

SECTION IX.

De la coexistence de plusieurs manières de vibrations dans le même corps sonore.

164.

Plusieurs ou toutes les manières de vibrations qu'on peut produire séparément, peuvent coexister dans le même corps sonore; on entend alors, en écoutant avec assez d'attention, les sons qui conviennent à toutes ces espèces de vibrations. Pour se faire une idée des changemens de forme du corps élastique, il ne faut pas appliquer la courbure qui convient à une manière de vibrations, à la forme originaire de ce corps, mais aux courbures qui existent déjà dans chaque moment par les autres manières de vibrer. Une telle coexistence de plusieurs espèces de vibrations et de plusieurs sons n'est pas nécessaire, comme quelques-uns ont prétendu, parce que dans toutes les manières de vibrations, où il y a des nœuds, on peut en les touchant, ou en y appliquant des sourdines, exclure toutes les espèces de vibrations dans lesquelles ces endroits devraient être en mouvement, et produire le mouvement qu'on veut, et le son qui lui convient, sans mélange d'autres.

165.

Dans le mouvement transversal le plus simple d'une corde, cette coexistence de plusieurs sons est assez connue. Pendant que la corde entière fait des vibrations, chaque moitié, chaque tiers, et en général chaque partie aliquote peut vibrer aussi; on entend alors, outre le son fondamental, égal à l'unité, les sons qui répondent aux nombres 2, 3, 4, 5, etc. La courbure qui convient à une manière de vibrer, doit alors être appliquée aux courbures auxquelles la corde se plie dans chaque instant par les autres manières de vibrations. Pour expliquer ces combinaisons de plusieurs courbures, je me servirai de quelques exemples empruntés de l'ouvrage du comte *Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche.*

166.

Pour se figurer la combinaison des deux courbes (fig. 5, *BDF* 2 *DA* et *BGC* 2 *GA*), dont l'une appartient aux vibrations les plus simples de la corde entière (fig. 1), et l'autre à celles de la même corde partagée en deux moitiés, il faut, pour un point quelconque *H*, prolonger l'ordonnée *HD* vers *E*; faire *DE* = *GH*; et faire passer la courbe *BEF* 2 *EA* par tous les points qu'on peut déterminer de la même manière; la courbure qui en résulte sera celle de la corde dans son premier état de repos.

Après la quatrième partie d'une vibration de la corde

corde entière, chaque moitié a fait une demi-vibration, et dans ce moment la figure de la corde est comme *BDF2DA*. Après une demi-vibration de la corde entière, et une vibration de chaque moitié, la courbure est semblable à *BGC2GA* dans une position renversée. Quand la corde entière a fait $\frac{3}{4}$ d'une vibration et chaque moitié 1 $\frac{1}{2}$ vibration, la figure est comme *Bdf2dA*. Enfin, après que la corde entière a fait une vibration, et chaque moitié deux, la corde est arrivée au deuxième état de repos, et la figure est *Bef2eA*; qui est produite, quand on fait *de* = *HG*, ou quand la courbe *BE2EFA* se trouve alternativement endeçà et au-delà de l'axe.

Ces positions alternatives des courbures dans les états de repos, où *BEF2EA* est = *A2efeB*, ont lieu dans toutes les combinaisons des vibrations de la corde entière avec les vibrations de la corde partagée en un nombre pair des parties. Dans ces cas tous les points de la corde ne passent jamais en même tems par l'axe *BCA*, parce que, quand le point *F* est arrivé à *C*, le point *E* est avancé au-delà du point *H* par *HG*, et le point 2*E* n'est pas encore arrivé à 2*H*, étant resté en arrière de 2*H* 2*G*.

167.

Dans les combinaisons (fig. 6 et 7) de la première manière de vibrations d'une corde *BDF* 2*DA* avec la troisième, où la corde est partagée en trois parties *BGS2G2S3GA*, la courbure de

celle-ci est susceptible de deux positions différentes, ou comme dans la fig. 6, ou comme dans la fig. 7. Qu'on tire par chaque point *H* l'ordonnée *HD*, prolongée autant qu'il est nécessaire; qu'on fasse *DE* = *HG*; alors le point *E*, et tous les autres points déterminables de la même manière, formeront la courbe *BEN2E2N3EA*, qui conviendra à la corde dans son premier état de repos. Après une demi-vibration des trois parties, la figure de la corde sera comme *BDF2DA*. Quand la corde entière aura fait une demi-vibration, et les trois parties 1 $\frac{1}{2}$ vibration, la corde se trouvera dans la ligne droite *BCA*, et tous ses points passeront par l'axe en même tems, comme aussi dans toutes les autres combinaisons des vibrations de la corde entière, avec celles de la corde partagée en un nombre impair de parties. Après que les trois parties ont fait $\frac{5}{2}$ vibrations, la corde reprend la forme *Bdf2dA*, et enfin après une vibration de la corde entière, et trois vibrations de la corde partagée en trois parties, la corde se trouve dans le deuxième état de repos, et sa forme est *Ben2e2n3eA*, semblable à *BEN2E2N3EA*, comme dans toutes les autres combinaisons de la première manière de vibrations avec celles où il y a un nombre impair de parties.

168.

De même que par la combinaison des deux courbes (fig. 1 et 2), il se forme les courbes (fig. 5 *BEF2EA* et *Bef2eA*, qui font entendre un mélange du

son fondamental avec son octave ; ainsi, par la combinaison de ces courbes avec celle de la troisième manière de vibrations (fig. 3), il se forme encore de nouvelles courbes, qui feront entendre en même tems le premier, le deuxième et troisième son. A ces nouvelles courbes on pourra appliquer celle qui convient à la quatrième manière de vibrer (fig. 4), pour trouver les courbes qui donnent un mélange des sons correspondans aux nombres 1, 2, 3, 4; et en continuant de la même manière, on pourra passer à des courbes toujours plus compliquées, dans lesquelles le nombre de sons correspondans à la série naturelle des nombres, mêlés au son fondamental, augmente de plus en plus.

Si, d'après *Taylor*, *Dan. Bernoulli* et *Giordano Riccati*, pour la première espèce de vibrations d'une corde (§ 39) y est $= A \sin. \frac{\pi x}{L}$, pour la deuxième, $y = B \sin. \frac{2\pi x}{L}$, pour la troisième, $y = C \sin. \frac{3\pi x}{L}$, l'expression générale pour toutes ces combinaisons de courbures sera

$$y = A \sin. \frac{\pi x}{L} + B \sin. \frac{2\pi x}{L} + C \sin. \frac{3\pi x}{L} \text{ etc.};$$

et quand on exprime par cette équation la courbe initiale, dans le moment où une vibration de la corde entière est achevée, y sera $= - A \sin. \frac{\pi x}{L} + B \sin. \frac{2\pi x}{L} - C \sin. \frac{3\pi x}{L} + D \sin. \frac{4\pi x}{L}$ etc., et

cette courbe est la même que la primitive, dans une position renversée : x exprime ici une abscisse quelconque, y son ordonnée, L la longueur de la corde, π la demi-périphérie du cercle, dont le rayon est $= 1$, les coefficiens A, B, C, D, etc., qu'on peut prendre positifs ou négatifs, expriment les plus grandes excursions dans le milieu des ventres pour chaque manière de vibrations. Si, d'après *Euler* et autres, une corde vibrante est encore susceptible d'autres figures, qui ne sont pas comprises dans cette équation, cela n'empêche pas les combinaisons de plusieurs espèces de vibrations.

169.

Jusqu'à présent il n'a été question que de combinaisons du son fondamental avec ceux où la corde est partagée en des parties aliquotes; mais il faut aussi faire mention du cas où deux espèces de vibrations des parties aliquotes se font en même tems.

La combinaison des courbes (fig. 8, I) *BDC2DA* et *BGS2G2S3GH*, qui appartiennent aux divisions de la corde en deux et trois parties, formera, en faisant $DE = HG$, la courbe *BEN2E2N3EA*, qui appartient au mélange de ces deux sons. Après une vibration des deux moitiés de la corde, chaque troisième partie a fait $1\frac{1}{2}$ vibration ; la forme de la corde sera donc *BDC2DA*, pris à l'autre côté de l'axe. Ce n'est pas un état de repos,

parce que la corde, partagée en trois parties, continue encore son mouvement. Un état de repos n'aura lieu qu'après deux vibrations de la corde partagée en deux parties, et trois vibrations de la corde partagée en trois parties; alors elle aura la courbe (fig. 8, II) *Ben2e2n3eA*$_1$; la figure 8, II n'étant séparée de la fig. 8, I, que pour mieux distinguer les courbures.

Pour que la corde arrive d'un état de repos à l'autre, il faut toujours que deux vibrations des moitiés et trois vibrations des troisièmes parties soient achevées. Dans le tems nécessaire pour cet effet, la corde entière aurait fait une vibration. Dans cette combinaison, et dans toutes les autres combinaisons de vibrations des parties aliquotes, on entendra donc toujours en même tems le son fondamental, qui appartient à l'unité, quand on exprime les nombres des parties aliquotes par les moindres termes.

170.

Il n'y a pas moyen d'empêcher la coexistence de sons aigus avec le son fondamental; mais chaque son de la corde, partagée en parties aliquotes, pourra être produit sans aucun mélange d'autres, en touchant les nœuds, pour exclure toutes les espèces de vibrations dans lesquelles ces endroits devraient être en mouvement. Il semble, que la cause, pour laquelle les sons harmoniques d'un violoncelle ou d'un violon sont plus doux que les mêmes sons produits de la manière ordinaire, tient surtout à ce que ces sons ne sont pas mêlés d'autres.

171.

Un tuyar d'orgue, ou un autre instrument à vent, peut aussi faire entendre deux sons en même tems, quand la manière de souffler est intermédiaire entre celles qui servent à produire l'un ou l'autre son.

Comme ici une espèce de vibrations longitudinales de l'air n'est pas empêchée par l'autre, la même chose a lieu dans les vibrations longitudinales des cordes et des verges.

172.

Une verge ou bande, qui fait des vibrations transversales, ne fera jamais entendre en même tems des sons contenus dans la série naturelle des nombres, mais des sons très-peu harmonieux, qui ne pourront être exprimés que par des carrés de certains nombres (§ 69 — 74). Quand, par exemple, l'un des bouts est fixé et l'autre libre (§ 69), les sons qui peuvent coexister, repondent aux nombres 36, 225, 625, 1225, 2025, etc.; ou si l'on regarde le son fondamental comme l'unité : 1, $6\frac{1}{4}$, $17\frac{13}{36}$, $34\frac{1}{36}$, $56\frac{1}{4}$, etc. Les vibrations ne pourront donc jamais coincider dans le même moment, qu'après chaque 36ième vibration de la verge entière. Dans le son fondamental d'une telle verge (fig. 20), il est impossible d'empêcher un mélange de sons aigus, parce qu'il n'y a nulle part un nœud de vibration qu'on pourrait toucher; cette coexistence d'autres sons est cependant très peu sensible à cause de la grande distance

d'un son à l'autre. Tous les autres sons pourront être produits sans mélange d'autres, en touchant les nœuds, pour empêcher les autres mouvemens. La même chose aura lieu dans les autres cas, où l'un ou deux bouts sont fixés, libres, ou appuyés (§ 70-74); on pourra entendre en même tems des sons qui répondent aux carrés de 3, 5, 7, 9, etc., ou à ceux de 5, 9, 13, 17, etc., ou à ceux de 1, 2, 3, 4, etc., et dans les manières de vibrations, où il n'y a pas de nœuds (fig. 1, 26 et 27), il sera impossible de l'empêcher. On pourra entendre le plus facilement un tel mélange de sons, quand on frappe une verge suspendue au milieu à un fil; la vibration la plus simple, dans ce cas, conforme à la fig. 25, pourra être mêlée d'autres dans lesquelles il y a un nœud au milieu, et on entendra en même tems des sons qui répondent aux carrés de 5, 9, 13, 17, etc.

173.

Dans le son fondamental d'une fourche (§ 88), on ne peut pas empêcher la coexistence d'autres sons, parce qu'on ne peut toucher que le milieu, qui est en repos dans toutes les manières de vibrations. Les sons qu'on pourra entendre en même tems, en regardant le son fondamental comme l'unité, font 1, $6\frac{1}{4}$, $11\frac{1}{9}$; $17\frac{13}{36}$, 25, $34\frac{1}{36}$, etc.; ou en nombres entiers, 36, 225, 400, 625, 900, 1225, etc.; conséquemment les vibrations ne pourront revenir ensemble qu'après la 36ième vibration

des deux branches de la fourche. Néanmoins le son d'une fourche, par exemple, d'un diapason, pourra être agréable, parce que la coexistence d'autres sons est presqu'imperceptible à cause de leur grande distance du son fondamental. Chaque manière de vibrations où l'on pourra exclure les autres, en touchant des nœuds, pourra être produite sans mélange d'autres.

Un anneau donnera aussi plusieurs sons en même tems, quand il est, par exemple, suspendu à un fil, et frappé ; les sons seront conformes aux carrés de 3, 5, 7, 9, etc. (§ 89). En touchant les nœuds, on empêchera chaque mélange de sons.

174.

Des plaques d'une forme quelconque sont aussi susceptibles de plusieurs mouvemens en même tems; on entendra alors tous les sons qui conviennent à ces mouvemens. En touchant et en frappant une plaque en différens endroits, on entend souvent plus d'un son en même tems; la même chose arrive aussi quelquefois quand on se sert d'un archet de violon, et dans ce cas on ne peut pas produire une figure distincte, parce que la figure qui convient à une espèce de mouvement, est détruite par l'autre ; il faudra donc toucher en même tems encore un ou plus d'un endroit, où il y a un nœud pour l'une de ces manières de vibrer, et pas pour l'autre. On pourra apercevoir le plus facilement un pareil mélange

de sons en tenant une plaque ronde au milieu, et en la frappant ou en appliquant l'archet sans fixer d'aucune manière la position des lignes nodales; on entendra alors plusieurs sons, et on n'aura jamais une figure distincte, avant d'avoir empêché les autres mouvemens.

175.

Sur une cloche le choc ne produit pas exclusivement le mouvement le plus simple, où elle se partage en quatre parties vibrantes (§ 158); mais en même tems elle pourra aussi vibrer, partagée en 6, 8, et plusieurs parties, et on entendra, outre le son fondamental, une faible coexistence de sons qui, le son fondamental étant égal au carré de 2, répondent à peu près aux carrés de 3, 4, 5, etc. Mais on pourra empêcher cette coexistence, en faisant toucher la cloche par des sourdines appliquées aux lignes nodales.

176.

Les meilleures recherches sur la coexistence de plusieurs espèces de vibrations dans le même corps sonore, se trouvent dans quelques Mémoires de *Dan. Bernoulli* (*Mém. de l'Acad. de Berlin*, 1753 et 1765, *et Nov. Comment. Acad. Petrop. tom.* XV et XIX); dans les Recherches sur le son, par Lagrange, (*Miscel. Taurin., tom.* 1 et 2); dans l'ouvrage de *Giordano Riccati, delle corde ovvero fibre elastiche* (*Append. au Schediasm.* IV; dans *Matthew Young's Enquiry into the principal phaenomena of sounds and*

musical strings, *p. II. Mersenne* a déjà connu la coexistence de sons aigus avec le son fondamental d'une corde, mais il ne l'a pas bien expliquée; *Descartes* (*in Epist. Part.* II, *ep.* 75 et 106) l'a expliquée mieux, mais il a attribué exclusivement cette qualité aux cordes irrégulières.

Plusieurs auteurs ont regardé la coexistence des sons compris dans la série naturelle des nombres (qui, selon les vrais principes, n'est qu'un phénomène particulier), comme une qualité essentielle de chaque son, et comme la différence essentielle entre un son distinct et un bruit. Ils ont pris cette qualité pour la base de toute l'harmonie, en croyant qu'un intervalle est consonnant, *parce que* le son aigu peut se faire entendre avec le son fondamental. Ils ne savaient pas que, si l'on entend plus d'un son en même tems, ce n'est qu'une suite de la coexistence de plusieurs espèces de vibrations; que dans beaucoup de corps sonores, la série des sons possibles est très-différente de la série naturelle des nombres; et qu'on peut produire chaque manière de vibrations où il y a des nœuds, sans aucun mélange d'autres sons, en touchant les points ou lignes nodales qui devraient être en mouvement dans d'autres manières de vibrer. D'après leurs principes, l'accord parfait mineur, si l'on ne veut pas se servir de sophismes, ne serait pas consonnant, et sur une cloche d'Harmonica la neuvième (4:9) serait la première consonnance, parce qu'elle est le pre-

mier son qui peut se mêler au son fondamental, etc. *Daniel Bernoulli* et *Lagrange* (dans les Mémoires cités) ont suffisamment réfuté ces faux principes. Il sera toujours plus conforme à la nature de regarder la plus ou moins grande simplicité des rapports numériques des vibrations comme la base de l'harmonie : cependant tous les efforts pour développer les lois de l'harmonie, en supposant des faux principes physiques, n'ont pas été trop désavantageux à la théorie et à la pratique de l'harmonie, parce que, malgré la diversité des principes, tous conviennent que les intervalles exprimables par les nombres 1—6, et par leurs multiplications par 2, sont consonnans et les autres dissonans.

177.

La coexistence d'un son grave, quand on produit deux sons plus aigus, est une qualité générale qui appartient à tous les sons. L'oreille aperçoit non-seulement l'effet des rapports mêmes, mais aussi l'effet des coincidences des vibrations dans le même moment ; elle entend ces coincidences, dans lesquelles l'oreille est frappée de deux coups, comme un son grave dont les vibrations se font dans les mêmes espaces de tems. Le son grave, causé par ces coincidences, sera donc toujours égal à l'unité, si l'on exprime les sons réellement produits par les moindres nombres entiers. J'exprimerai ici les espaces de tems dans

lesquels se font les vibrations, par des points. Si l'on produit deux sons qui font une quinte, par exemple, *ut* 2 et *sol* 2, on aura les coincidences suivantes, qui donneront une résonnance du son égal à l'unité, *ut* 1:

sol 2: . . . .
ut 2: . . . .
ut 1: . . . .

Si l'on produit la tierce majeure *ut* 3: *mi* 3, on aura de même la résonnance du son *ut* 1, égal à l'unité:

mi 3: . . . .
ut 3: . . . .
ut 1: . . . . . .

La tierce mineure *mi* 3 et *sol* 3 donnera le même résultat, comme aussi la sixte majeure *sol* 2 et *mi* 3, etc.

Pour que ce son grave soit plus perceptible à l'oreille, il faut que les sons, réellement produits, soient assez prolongés, et à peu près de la même force; il faut aussi que les rapports des sons soient très-exacts ou très-peu différens de l'exactitude.

178.

Si les vibrations des deux sons reviennent très-rarement ensemble, on apperçoit ces coincidences comme des battemens, très-désagréables à l'oreille dans un instrument mal accordé. Plus un intervalle, en l'accordant, s'approche de l'exacti-

tude, et plus ces battemens deviennent insensibles, jusqu'à ce qu'enfin ils se perdent dans la sensation de la faible résonnance d'un son grave. Un instrument n'est pas bien accordé, si un intervalle quelconque fait entendre des battemens.

Sauveur a proposé de se servir de ces battemens pour trouver les nombres absolus des vibrations, en comparant l'intervalle des sons de deux tuyaux d'orgue, avec l'intervalle du tems qui s'écoule entre deux battemens. *Sarti* a fait des expériences semblables en présence de l'Académie Imp. à Petersbourg, 1796.

179.

Le premier, à ce que je sais, qui a fait mention de la coexistence d'un son grave égal à l'unité, est *G. A. Sorge*, qui, dans son *Instruction pour accorder les orgues et les clavecins* (*Anweisung zur Stimmung der Orgelwerke und des Claviers*, *Hamburg*, 1744) s'exprime *p* 40 et 41 à peu près dans ces termes : « D'où vient-il que si l'on accorde une » quinte 2:3, le troisième son se fait entendre dans » une faible résonnance, et toujours l'octave du son » plus grave de la quinte ? La nature montre, que » pour 2 : 3 l'unité manque encore, et qu'elle la » veut avoir aussi, pour que l'ordre de 1, 2, 3 » soit parfait. C'est pourquoi un jeu d'orgue d'une » quinte de trois pieds rend le son plus parfait, en » produisant un troisième son, presque de la même » force qu'un faible bourdon : et non-seulement les

» quintes, mais aussi les tierces font le même, etc. »

Romieu a observé ce phénomène, et l'a communiqué à l'Academie de Montpellier, 1753. *Tartini*, auquel on a voulu attribuer cette découverte, en fait mention dans son *Trattato di Musica, Padova*, 1754.

Les meilleures remarques sur ce troisième son se trouvent dans les *Recherches sur le son, par Lagrange*, (*Miscell. Taurin. tom.* 1) § 64, et dans *Matthew Young's Enquiry into the principal phænomena of sounds and musical strings*, *p.* 2, *sect.* VI.

Tartini a prétendu que ce troisième son était plus aigu d'une octave, qu'il ne l'est réellement. Il a regardé ce phénomène combiné avec la prétendue coexistence de la série des sons 1, 2, 3, 4, 5, etc., dans chaque son fondamental, comme la base de l'harmonie. M. *Mercadier de Belesta* a très-bien réfuté quelques fausses assertions de Tartini, dans son *Système de Musique*, *Paris*, 1776.

M. l'Abbé *Vogler* se sert de ce troisième son pour substituer à un grand tuyau d'orgue qui produit le même son de la manière ordinaire, deux petits tuyaux, qui le produisent comme l'unité pour les nombres de leurs vibrations.

SECTION X.

De la coexistence des vibrations avec d'autres sortes de mouvement.

180.

Les mouvemens vibratoires peuvent coexister avec toutes les autres espèces de mouvemens (§ 1), d'une infinité de manières différentes, ce qui est démontré par *Dan. Bernoulli* et *L. Euler*, dans les *tom.* xv *et* xix des *Nov. Comment. Acad. Petrop.*, et constaté par l'expérience. Ces coexistences de mouvemens différens ont lieu dans tous les corps sonores, sans exception: on pourrait, par exemple, produire le son d'une corde tendue sur un morceau de bois, ou celui d'une lame, d'un diapason, d'une cloche, etc., et pendant que les vibrations se font encore, imprimer à ce corps sonore un mouvement de rotation autour de son axe, et en même tems un mouvement progressif en le jetant; alors tous ces mouvemens pourraient se faire en même tems, sans que l'un soit empêché par l'autre; mais le mouvement absolu de chaque point serait très-compliqué.

181.

On remarque souvent dans des cordes d'une longueur suffisante, des mouvemens composés de vibrations et de mouvemens circulaires. L'espace que la corde vibrante parcourt dans ses excursions, nous paraît demi-transparent, et les limites se distinguent particulièrement, parce que la corde y reste plus long-tems que dans le milieu de cet espace. Cet espace semble quelquefois se rétrécir et s'élargir alternativement vers l'un et l'autre côté; quelquefois dans une moitié de la corde cette image est en deçà de l'axe, pendant que dans l'autre elle est au-delà, et quelquefois deux images semblent s'approcher et s'éloigner mutuellement. La nature de ces mouvemens compliqués se fera voir plus distinctement dans une verge assez élastique, par exemple dans un fil de fer qu'on serre dans un étau, en le faisant saillir suffisamment, pour que la lenteur des mouvemens permette aux yeux de suivre la marche de ce fil. Quand, après avoir tiré ce fil hors de la position ordinaire, on le lâche sous un angle oblique, aux vibrations (fig. 20) se mêlent des mouvemens circulaires, parce que le fil est plus fixé dans un sens que dans l'autre, et parce qu'il s'appuie sous un angle oblique contre les mâchoires de l'étau. Par la même raison ces mouvemens composés auront lieu dans une corde, si la direction dans laquelle on produit le mouvement, fait un angle

angle oblique avec celle du chevalet. La marche de la verge, qui ne semble pas différer de celle d'une corde dans ces mouvemens composés, est représentée dans la fig. 258, en prenant toutes les vibrations d'égale grandeur. Quand le fil de fer, dont la position ordinaire est au milieu de la figure, est tiré vers *C* et lâché dans la direction *CD*, la marche de ce fil sera : .... *CDxCuDtCsDrCqDpCoDnC mDBCAaBbAcBdAeBfAgBhAiBkA;* alors, après avoir fait quelques vibrations à peu près dans le diamètre de ce mouvement composé *AB*, il fera la même marche en directions rétrogrades par *BiAk BgAhBeAfBcAdBaAbB DACnDmCpDoCrDqC-tDsCxDuC,* et après avoir fait quelques vibrations à peu près dans l'autre diamètre de ce mouvement, il recommencera la première marche *CDxCuDtC*, etc.; et de la même manière la marche continuera alternativement à droite et à gauche, en s'élargissant et en se rétrécissant tantôt vers l'un, tantôt vers l'autre diamètre de ce mouvement. Dans la figure 258, ces deux diamètres *AB* et *CD* font un angle droit; mais ils peuvent se couper sous un angle quelconque, et si cet angle est $=o$, le mouvement n'est que vibratoire. On peut varier à volonté la grandeur de cet angle par des petites différences de la direction dans laquelle on produit le mouvement. Quand l'œil de l'observateur se trouve dans la direction du diamètre *AB*, on voit, pendant que la marche par *AaBbAcBd*, etc., se rétrécit vers ce diamètre, deux images qui s'ap-

prochent mutuellement; pendant qu'il fait quelques vibrations à peu près dans ce diamètre, le fil semble être immobile; pendant qu'il s'éloigne de ce diamètre par *BiAkBgAhBeAf*, etc., on voit deux images qui s'éloignent mutuellement, et pendant que le mouvement approche et s'éloigne de l'autre diamètre *CD*, on voit aux limites de ces mouvemens, *C* et *D*, une image demi-transparente de ce corps sonore. L'espace renfermé entre ces deux images, ressemble à peu près à une toile d'araignée très-mince. Quand l'œil est dans une direction oblique, par rapport à l'un des diamètres, ou quand les deux diamètres se coupent sous une angle oblique, le phénomène peut se montrer de manières très-différentes. En me servant, pour ces expériences, d'un fil de métal très-long, j'ai produit quelquefois la deuxième ou la troisième manière de vibration, mêlée avec un tel mouvement circulaire; les nœuds de vibrations restent alors immobiles, et le mouvement d'une partie est toujours opposé à celui de l'autre. De même, chaque autre mouvement vibratoire d'une telle verge, ou d'une corde partagée en parties aliquotes, pourra être mêlé avec des mouvemens circulaires et d'autres.

Tous ces mouvemens composés ne changent pas le son.

TROISIÈME PARTIE.

DES VIBRATIONS COMMUNIQUÉES, OU DE LA PROPAGATION DU SON.

TROISIÈME PARTIE.

DES VIBRATIONS COMMUNIQUÉES, OU DE LA PROPAGATION DU SON.

SECTION PREMIÈRE.

De la propagation du son par l'air et par d'autres fluides aériformes.

182.

L'objet de la partie précédente était de montrer comment les vibrations propres d'un corps sonore et leurs vîtesses relatives sont déterminées par la forme et par les autres qualités de ce corps; mais pour les *vibrations communiquées*, dont je parlerai ici, il faut regarder le système de corps par lequel le son est propagé, comme étant d'une forme et d'une grandeur indéterminée, pour être susceptible de vibrations dans tous les sens et dans tous les espaces de tems possibles.

183.

Les vibrations d'un corps sonore se communiquent à toutes les matières, contiguës immédiate-

ment ou médiatement. Pour entendre un son, il faut qu'il existe une continuation de matière quelconque entre le corps vibrant et les organes de l'ouïe. L'air atmosphérique est la matière par laquelle les impressions des vibrations arrivent ordinairement à notre oreille, mais toutes les matières liquides ou solides peuvent faire la même fonction.

184.

Dans la propagation du son par l'air ou par d'autres fluides aériformes, on peut regarder le corps qui produit le son, comme le centre d'une infinité de *rayons sonores* ou *lignes sonores* dans lesquelles la particule d'air, poussée par les vibrations du corps sonore, pousse l'autre, et ainsi de suite, de manière que des petites contractions et dilatations se communiquent en dehors d'une particule à l'autre. Quand même l'air n'est frappé que dans une seule direction, par exemple par un coup de fouet: cet endroit sera pourtant un centre commun pour des rayons sonores dans toutes les directions possibles, parce que la portion de l'air frappée étant également élastique dans tous les sens, pousse toutes les parties contiguës.

185.

Ces *vibrations longitudinales de chaque étendue linéaire de l'air libre*, ne diffèrent pas essentiellement des vibrations longitudinales d'une colonne

d'air renfermée dans un tuyau d'orgue ou dans un autre instrument à vent; on peut donc regarder les objets qui seront exposés ici, comme une continuation de la section IV de la partie précédente. La vîtesse des vibrations de l'air dans un tuyau ne dépend pas du diamètre du tuyau; si donc un élargissement indéfini des parois ne change pas la vîtesse, on pourra ôter les parois et permettre à l'air libre l'accès de tous côtés, sans opérer un changement essentiel. L'air libre fait donc les vibrations dans le même espace de tems que l'air renfermé, de sorte que le son est propagé par un espace d'air libre, dans le même tems dans lequel une colonne d'air de la même longueur, renfermée dans un tuyau, fait une vibration, la manière de vibrer étant la plus simple dans un tuyau ouvert de deux côtés (fig. 14 et § 60). Les endroits où dans les vibrations communiquées à l'air libre, les condensations sont les plus grandes, sont la même chose que les nœuds de vibrations dans l'air contenu dans un tuyau; la principale différence est, que dans un tuyau les nœuds restent toujours dans le même endroit, pendant que dans l'air libre les endroits où les condensations sont les plus grandes, s'éloignent toujours de plus en plus du corps qui produit le son.

186.

L'air par lequel le son se propage, ne fait ni plus ni moins de vibrations que le corps qui pro-

duit le son; dès que les vibrations du corps sonore cessent, les ébranlemens de l'air cessent aussi. Il y a ici une grande différence entre les vibrations propres et les vibrations communiquées. Dans les vibrations propres, au moment où le corps sonore est arrivé à la forme ou à la densité naturelle, il n'a achevé que la moitié d'une vibration; il faut donc qu'il continue cette vibration, parce que la vîtesse du mouvement est la plus grande; quand une vibration est finie, et la vîtesse est $= o$, la forme ou la densité diffère trop de la naturelle, pour qu'il puisse rester dans cette position; il faut donc qu'une nouvelle vibration commence, et par ces raisons les mouvemens devraient continuer sans cesse, s'ils n'étaient pas empêchés par des résistances quelconques. Mais dans les vibrations communiquées à l'air libre, ou dans la propagation du son, les plus grandes condensations et dilatations d'une particule d'air se font dans le même moment que cette particule a la plus grande vîtesse; mais quand une vibration est finie, et la vîtesse est $= o$, la densité est arrivée à l'état naturel; il n'y a donc aucune raison pour que se fassent des nouvelles vibrations, excepté quand l'air est poussé de nouveau par des vibrations du corps sonore, ou quand ces vibrations communiquées s'approchent de la nature des vibrations propres, à cause des circonstances locales, pour former un écho ou une résonnance.

187.

Les vibrations d'un corps sonore produisent dans chaque rayon sonore des condensations et des dilatations alternatives, qu'on appelle *ondes sonores* (*pulsus sonori*, *undæ sonoræ*). On peut se figurer ces ondes sonores, qui s'élargissent dans tous les sens, comme des couches sphériques qui environnent le corps sonore. On trouve la distance d'une onde à l'autre, en divisant l'espace que le son parcourt dans un certain tems, par la moitié des vibrations que le corps sonore fait dans le même tems. La raison pour laquelle il faut diviser cet espace par la moitié des vibrations, c'est parce que les vibrations (c'est-à-dire les oscillations simples) d'un corps sonore vont alternativement en avant et en arrière, de manière que chaque allée opère une condensation, et chaque retour une dilatation de l'air contigu. Mais si l'on veut, comme *Newton* et *Sauveur*, regarder chaque vibration comme composée d'une allée et d'une venue, ce qui n'est pas conforme à la manière actuelle de s'exprimer; il faut dire, que l'espace que le son parcourt doit être divisé par le nombre des vibrations. Si le son le plus grave d'un tuyau d'orgue ouvert est propagé par l'air libre, la distance d'une onde à l'autre (d'après *Newton Princ. phil. nat. lib.* II, *prop.* 50) est égale à la double longueur du tuyau, ou plutôt de la colonne d'air vibrante contenue dans le tuyau.

On compare souvent ces ondes sonores avec les

ondes concentriques qui se forment sur la surface de l'eau agitée par un corps étranger. Cette comparaison peut servir pour s'en faire une idée en quelque sorte; mais elle n'est pas tout-à-fait exacte, parce que les ondes de l'eau consistent en des élévations transversales de la surface; mais les ondes sonores consistent en des condensations longitudinales, qui se propagent dans tous les sens possibles.

188.

Comme la nature du différent *timbre* des sons (§ 31) est tout-à-fait inconnue, par exemple, dans les différentes articulations de la voix, dans les qualités des sons de différens instrumens de musique, et de différens corps sonores où la manière de vibrer, la vîtesse, la durée et l'intensité du son étant les mêmes, l'effet est très-différent; ainsi nous ne savons rien de la manière dont ces différentes modifications du même son sont propagées par l'air et par d'autres matières. L. *Euler* a proposé des conjectures ingénieuses sur cet objet, dans ses *Éclaircissemens sur la génération et sur la propagation du son*, § 13 (*Mém. de l'Acad. de Berlin*, 1765), et dans son Mémoire *de motu aëris in tubis*, § 36 (*in Nov. Comm. Ac. Petrop. tom.* XVI). Il présume que ces différentes modifications et articulations sont causées par de petites différences entre l'échelle des densités des particules d'air, et l'échelle des vîtesses avec lesquelles chaque particule est déplacée par un espace très-petit.

189.

Le son ne se propage pas exclusivement dans des lignes droites, comme la lumière, mais aussi dans toutes les directions courbes possibles. L'air étant également élastique dans tous les sens, chaque point d'un rayon sonore peut être regardé comme un nouveau centre duquel se propagent des rayons sonores dans tous les espaces où il n'y en a pas encore. On entend donc un son produit derrière une montagne ou derrière un mur épais, mais un peu plus faible que si le son était propagé en ligne droite. La propagation du son ne se fait pas alors par des ébranlemens de toute la masse de la montagne ou du mur, comme quelques uns ont prétendu, mais par l'air dans les lignes courbes sur des rayons sonores secondaires.

M. *de Lagrange* a remarqué cela dans ses *Nouvelles recherches sur le son*, § 49 (dans les *Mélanges de Philosophie et de Mathématiques de la Société de Turin*, *tom.* II). D'après *Newton* in *Princip. phil. nat. libr.* II, *prop.* 41 et 42, on peut observer un phénomène semblable dans les ondes sur la surface de l'eau. Si un vase rempli d'eau est partagé en deux parties par une séparation dans laquelle se trouve un trou, et des ondes concentriques sont produites par une agitation d'une partie, elles se propagent dans l'autre partie, de manière que le trou devient un nouveau centre d'ondes concentriques.

Les tuyaux d'orgue coudés, et les instrumens à

vent, courbés de différentes manières, dans lesquels le son est le même que s'ils étaient droits, montrent suffisamment, qu'un fluide élastique peut vibrer dans toutes les lignes courbes comme dans des lignes droites.

190.

Comme dans chaque corps élastique, plusieurs mouvemens très-petits peuvent coexister sans se nuire, ainsi plusieurs sons peuvent être propagés par la même masse et par les mêmes particules d'air, sans empêchement de l'un de ces mouvemens par l'autre. On observe la même chose dans les ondes de l'eau; si l'on produit des ondes par des agitations en deux endroits, les cercles concentriques, qui partent de ces deux centres, se coupent, sans que les uns soient dérangés par les autres.

191.

Le mouvement est toujours uniforme dans la propagation du son, de manière que les espaces parcourus sont proportionnels au tems. Des sons forts ou faibles, comme aussi des sons graves et aigus, sont propagés de la même manière et avec la même vitesse.

192.

Depuis Newton, beaucoup d'autres géomètres parmi lesquels se distingue M. Poisson (*Journal de l'École polytechnique, tom.* VII), se sont occupés de

méthodes pour déterminer par la théorie la *vitesse du son*. Le résultat définitif de toutes ces recherches est que la vitesse est toujours égale à $\sqrt{\frac{gh}{D}}$, en exprimant par D la densité, et par gh l'élasticité de l'air, égale à la pression d'une colonne de mercure dans le baromètre, dont h est la hauteur et g la gravité. Le calcul donne tout au plus 880 à 915 pieds par seconde (à peu près 288 mètres).

193.

Les résultats des observations ont excédé toujours ceux de la théorie ordinaire, à peu près de la sixième partie. Les observations très-exactes de *Cassini*, *Maraldi* et *la Caille*, rapportées dans les *Mémoires de l'Acad. de Paris*, 1738 et 1739, ont donné une vitesse de 1038 à 1041 pieds (338 mètres) par seconde. Dans les observations, non moins exactes, que M. le Major *Müller* a faites à Gottingue, en se servant d'une montre à tierces, la vitesse était de 1040,3 pieds par seconde, et la différence de plusieurs observations ne s'élevait pas à plus de six tierces; elles sont rapportées dans les *Notices littéraires de Gottingue* (*Göttingische gelehrte Anzeigen*), 1791, n° 159, et dans le *Magasin de Voigt* (*Voigt's Magazin für das neueste aus der Physik und Naturgeschichte*), tom. VIII, cah. 1, pag. 170. Plusieurs autres observations faites par Derham, Flamstead, Bianconi, Condamine, etc., donnent des résultats encore plus grands.

L'intervalle entre la lumière qu'on voit presque instantanément et le son, peut servir pour juger de la distance, par exemple, dans une explosion quelconque.

194.

La vîtesse de la propagation du son par l'air ne peut être changée que par tout ce qui peut changer l'élasticité spécifique, c'est-à-dire le rapport de l'élasticité absolue à la densité. Ici appartient surtout l'expansion de l'air par la chaleur, qui augmente l'élasticité spécifique en diminuant la densité, pendant que la pression reste la même. C'est pourquoi, d'après les observations de *Bianconi* (*Comment. Bonon. vol.* II, *p.* 365), la vîtesse est plus grande en été qu'en hiver. Des mélanges de l'air avec des espèces de gaz plus ou moins pesant, peuvent aussi produire des changemens dans la vîtesse.

La force ou la faiblesse, comme aussi la gravité ou la hauteur des sons, et en général la nature des ébranlemens primitifs, n'influe pas sur la vîtesse de la propagation du son. Sur des hautes montagnes, et en général dans une grande élévation, la vîtesse est la même que dans l'air inférieur, parce que dans une plus ou moins grande hauteur (supposé que la chaleur et le mélange restent les mêmes) l'élasticité absolue et la densité augmentent ou diminuent dans le même degré, de manière que l'élasticité spécifique ne change pas. La direction dans

laquelle le son est produit, n'influe pas sur la vîtesse; on entend, par exemple, un coup de canon après le même intervalle de tems, s'il est déchargé vers l'un ou l'autre côté. Les accélérations ou les retardations, que le vent peut opérer, ne surpassent pas sa vîtesse. La qualité du tems ne semble pas influer à la détermination de la vîtesse; on a observé la même vîtesse dans un tems de brouillard ou de pluie, que dans un tems serein.

195.

La théorie dont on a déduit la vîtesse de la propagation du son, semble être trop conforme aux lois de la mécanique pour qu'on la puisse abandonner; on a donc fait plusieurs suppositions pour expliquer la différence entre les résultats de la théorie et ceux des observations, dont voici quelques-unes :

I°. « L'air contient peut-être plusieurs particules » solides ou liquides qui augmentent sa pesanteur » sans changer son élasticité absolue, et qui trans- » mettent le son peut-être instantanément; il faut » donc regarder l'air comme il serait sans mélange » de ces particules. »

S'il y avait dans l'air un mélange de pareilles parties solides ou liquides, il serait moins transparent, surtout quand il est condensé par le froid, ou comprimé par des moyens mécaniques; on trouverait aussi de semblables parties par l'analyse chimique de l'air, ce qui n'arrive d'aucune manière. Les ob-

servations montrent aussi que dans un tems de pluie ou de brouillard très-épais, la vîtesse du son reste la même.

II°. « On regarde ordinairement le son comme » une simple pulsion, communiquée à l'air, mais » quand plusieurs se suivent, l'une est accélérée par » l'autre. »

L. *Euler* a proposé cette hypothèse dans sa *Conjectura physica circa propagationem soni et luminis, Berol.* 1750; mais il la regarde lui-même comme fausse dans sa Dissertation *de la Propagation du son,* § 42 (dans les *Mém. de l'Acad. de Berlin,* 1759). Si une telle accélération d'une pulsion par l'autre avait lieu, des sons aigus seraient propagés plus rapidement que des sons graves, ce qui est contraire aux observations.

III°. « On a supposé dans la théorie des ébran» lemens très-petits, mais il faut qu'un son très» fort, comme ceux sur lesquels on a fait des ob» servations, avance plus rapidement. »

Mais la théorie et les observations montrent que la vîtesse ne dépend pas de la force ni des autres qualités du son.

IV°. « On a supposé toujours l'élasticité propor» tionnelle à la densité, mais peut-être il y a quel» ques altérations dans différens degrés de com» pression. »

Quelques-uns ont voulu prétendre que l'air se condense

condense un peu plus ou moins que le degré de la compression ; mais jusqu'à présent la loi de Mariotte s'est toujours constatée, tandis que l'air comprimé est en repos, et la température reste la même.

M. *Poisson* (*Journal de l'École Polytechnique*, *cah.* 14), et M. *Biot* (*Journal de Physique*, *tome* LV, *p.* 173), ont montré, suivant l'idée de M. *de la Place*, que, si l'on fait entrer dans le calcul le développement de chaleur, qui se fait dans chaque compression de l'air, et qui augmente l'élasticité, les résultats de la théorie peuvent être accordés avec les observations. Les résultats des recherches de M. *Biot* sur la propagation du son par des vapeurs (dans le tome II des *Mémoires de la Société d'Arcueil*) montrent évidemment l'existence d'un développement de chaleur dans la propagation du son.

Il me paraît que ce développement de chaleur, par la compression, est la qualité chimique inconnue, à laquelle j'avais attribué la différence entre la théorie et les observations, et qui, en se modifiant différemment dans différentes matières aériformes, fait que l'air ou un mélange semblable de gaz oxygène et azote semble vibrer un peu plus vite que les deux fluides dont il est composé (§ 67).

196.

Suivant la théorie, la vitesse avec laquelle le son est propagé par des différentes espèces de gaz, sera

en raison renversée des racines carrées de leur pesanteur, de manière qu'un gaz plus léger propagera le son plus vîtement qu'un gaz plus pesant. On n'aura jamais à sa disposition une étendue assez longue, remplie d'une espèce quelconque de gaz pour faire des observations directes; mais les rapports des sons du même tuyau d'orgue rempli, environné et enflé de différentes espèces de gaz (§ 67), pourront servir pour juger de la vîtesse avec laquelle le son serait propagé par ces fluides, parce que les vibrations communiquées ne diffèrent pas essentiellement des vibrations propres. Si donc le son est propagé par l'air atmosphérique, ou par un mélange artificiel de gaz oxygène et azote dans une seconde de tems, par un espace de 337^m, le gaz oxygène, dont le son était plus grave d'un semi-ton ou presque d'un ton, le propagera à peu près par 310^m; le gaz azote le propagera par un espace un peu moindre; le gaz hydrogène, selon qu'il était plus ou moins pur, a donné des sons plus aigus à peu près d'une octave ou d'une dixième, la vitesse de la propagation du son dans ce gaz, sera donc entre 680 et 820^m par seconde; dans le gaz acide carbonique, qui a donné un son plus grave d'une tierce majeure, cette vîtesse sera de 269^m, et dans le gaz nitreux elle sera à peu près de 320^m.

Ces vîtesses ne sont pas tout-à-fait d'accord avec la théorie; il paraît donc qu'elles ne dépendent pas exclusivement du rapport de l'élasticité à la pesanteur, mais aussi des qualités chimiques de chaque fluide.

J'avoue cependant qu'il serait utile de répéter ces expériences, que j'ai faites avec M. de *Jacquin* à Vienne, encore plus exactement, en se servant, pour la comparaison des sons, d'un monocorde partagé en décimales.

M. *Perolle*, qui a publié beaucoup d'expériences très-intéressantes sur la propagation du son par différentes matières, a disputé contre ces expériences, en croyant qu'elles donnaient des résultats contraires aux siennes. Mais ce n'est qu'un mal-entendu, causé par un extrait très-court, qu'on avait donné de mon Mémoire. Mes expériences concernent la *vîtesse* de la propagation du son par différentes matières aériformes, vîtesse qui, suivant la théorie, doit être en raison renversée des pesanteurs, et c'est ce que l'expérience constate, à quelques différences près, causées par des qualités chimiques. Les expériences de M. *Perolle* concernent l'*intensité* du son propagé par les mêmes matières, intensité qui, selon la théorie, doit être plus grande dans des fluides plus pesans que dans des fluides plus légers, et c'est ce que ses observations (dont il sera question dans le § 198), constatent aussi, à quelques exceptions près, causées par des qualités chimiques. Il n'y a donc aucun objet de dispute; il faut même que, mis à part quelque différences, les fluides plus pesans propagent le son avec moins de vîtesse et plus d'intensité; et les fluides plus légers avec plus de vîtesse et moins d'intensité, quand

l'élasticité absolue, égale à la pression de l'atmosphère, est la même.

197.

L'*intensité* d'un son transmis par l'air, dépend des circonstances suivantes :

I°. De la *grandeur* du corps sonore. Plus la surface, qui ébranle l'air par ses vibrations, est grande, plus l'intensité du son communiqué à l'air augmentera. C'est pourquoi le son d'une corde tendue sur une table résonnante est plus fort que le son de la même corde tendue sur un morceau étroit de bois, qui n'est pas en contact avec d'autres corps résonnans; et le son d'un diapason seul est très-faible en comparaison de celui du même diapason, quand il est appuyé sur une table ou sur d'autres corps solides auxquels il peut communiquer ses vibrations.

II°. De l'*intensité des vibrations du corps sonore.* Plus les excursions des parties vibrantes sont grandes, plus le déplacement des particules d'air contiguës, et par conséquent la compression de toutes les autres augmente.

III°. Du *nombre des vibrations*. Quand des vibrations plus ou moins rapides se font de manière, que chaque vibration simple ébranle l'air avec la même force, un son aigu fera plus d'effet sur l'oreille qu'un son grave, à cause du plus grand nombre de vibrations. Si l'on veut que l'intensité des sons

graves soit la même que celle des sons aigus, il faut que les intensités des vibrations simples soient en raison renversée des nombres de vibrations qui se font dans le même espace de tems. Les meilleures recherches sur cet objet, et sur son application aux instrumens à cordes et à vent, se trouvent dans l'ouvrage de *Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche*, *Schediasme* VI.

IV°. De la *distance*. Suivant la théorie ordinaire l'intensité du son, comme l'intensité de chaque mouvement qui part d'un centre commun vers tous sens, diminue en raison des carrés des distances.

V° De la *densité de l'air*. On suppose que l'intensité du son est en raison des densités. Les vibrations d'un corps sonore, produites dans un espace vide, ne se feront pas entendre, si l'on empêche la communication de ces mouvemens aux matières solides, auxquelles le corps sonore est suspendu, ou sur lesquelles il est posé. *Zanetti* a observé un affaiblissement du son dans un vase ouvert, où l'air était échauffé, et par conséquent sa densité diminuée sans changer l'élasticité absolue. (*Hawksbee, Exper. tom.* II, *p.* 323). *Roebuck* (*Transactions of the Royal Society of Edenburg*, *vol.* V, *part.* I, *p.* 34) s'étant enfermé dans une galerie taillée dans une roche, qui sert de réservoir du vent pour les fonderies de fer à Dévon, a observé que l'intensité du son était augmentée considérablement dans l'air comprimé par l'action des soufflets. A cause de la différente densité de l'air dans des hauteurs plus ou

moins grandes, on entendra mieux à une grande hauteur un son produit en bas, que le même son produit à la même hauteur, se fera entendre en bas.

VI°. De la *direction* dans laquelle l'air est poussé par les vibrations du corps sonore. On entend, par exemple, le son d'une plaque de verre ou de métal plus fortement, si l'oreille se trouve dans une direction normale à la surface, que si elle se trouve dans la direction de la surface. Les coups de canon tirés directement du côté de l'observateur, se distinguent par plus d'intensité de ceux qui sont tirés dans une direction opposée. On entendra les paroles mieux, si celui qui parle est tourné vers ce côté, etc.

VII°. De la *direction du vent*. Il paraît que le vent augmente les condensations de l'air par une inflexion des rayons sonores, de manière que, si la direction du vent va en deçà, une plus grande quantité de rayons sonores touchent notre oreille, que dans le cas contraire.

198.

L'*intensité* avec laquelle le son est transmis par *différentes espèces de gaz*, dépend, suivant *Priestley* (*Observ. et Expériences sur différentes branches de la Physique, tom*, III, *p*. 355), exclusivement de la densité. Il s'est servi pour ses expériences, d'un timbre et d'un marteau, mis en mouvement par une pièce d'horlogerie, et renfermés dans une cloche de verre remplie de gaz, pour observer la distance à laquelle le son cessait d'être perceptible à l'oreille.

Dans le gaz hydrogène le son n'était guère plus perceptible que dans l'espace vide; dans le gaz acide carbonique il était plus fort que dans l'air atmosphérique et dans le gaz oxygène, aussi plus fort, que dans l'air, dans un degré qui, à ce qu'il croit, surpasse celui de la densité. Les expériences faites à peu près de la même manière par M. *Perolle* (*Mém. de l'Acad. de Toulouse*, 1781. *Mém. de l'Acad. de Turin*, 1786—1787. *Journ. de Physique, tom.* XLVIII, *p.* 455) ont donné les résultats suivans, qui diffèrent un peu de ceux trouvés par *Priestley* :

	Ton :	Intensité :	Distance à laquelle le son cessait d'être perceptible.
Air atmosphérique.....		....	56 pieds 6 pouces.
Gas acide carbonique..	un peu plus bas	plus sourd.	48. 5
Gas oxygène..............	semble un peu plus aigu	plus clair.	63.
Gaz nitreux..............	presque comme le gaz oxygène	....	
Gaz hydrogène........	ne se distingue pas bien, et ressemble plutôt à un bruit très-faible.	sans agrément et sans force.	11.

Si le son de la clochette a été un peu plus grave dans le gaz acide carbonique, je l'attribue aux retardations que les vibrations d'un corps sonore, comme aussi les oscillations d'un pendule, éprouvent

par la résistance du fluide qui les environne, laquelle est d'autant plus grande, que le fluide est plus dense. Si le ton du même corps sonore a paru un peu plus aigu dans le gaz oxygène, cela tient peut-être à une espèce d'illusion par la plus grande intensité du son; autrement il serait aussi difficile à expliquer que la différence des résultats que Priestley et Perolle ont obtenus quant à l'intensité du son dans le gaz acide carbonique. Les autres résultats montrent que l'intensité de la propagation du son est plus grande quand le fluide est plus dense, à peu près comme la théorie l'exige.

Le gaz azote n'a été examiné ni par Priestley, ni par Perolle; cependant on peut présumer que le son propagé par ce gaz, sera un peu plus faible que s'il était propagé par l'air atmosphérique.

Dans mes expériences mentionnées dans les §§ 67 et 196, qui ne concernent pas, comme celles de Priestley et de Perolle, le son (d'un autre corps sonore) *dans* les différentes matières aériformes, mais le son *de* ces matières, je n'avais pas pour but d'examiner l'intensité de la propagation du son par ces matières; cependant ces expériences auraient pu aussi servir indirectement pour cet effet, parce que la partie sonore du gaz, renfermée dans le tuyau d'orgue, était environnée de l'autre masse du même gaz, qui propageait le son. Je me souviens assez exactement, que le son du gaz hydrogène, quoique beaucoup plus aigu, était très-faible et difficile à distinguer, et que celui de gaz oxygène, quoique

plus grave, était plus fort que celui de l'air atmosphérique. Dans celui du gaz acide carbonique et du gaz azote, je ne me souviens pas d'avoir observé quelque chose de particulièrement remarquable quant à l'intensité. Le gaz nitreux paraît être plus propre à propager le son qu'à sonner lui même.

Une observation sur l'effet du gaz hydrogène inspiré, qui a rendu le son de la voix grêle et fluté, se trouve rapportée par *Odier* dans la *Bibl. britannique*, *n*os 79, 80, *p.* 347, et dans le *Journal de Physique*, *tom.* XLVIII.

199.

Les *vapeurs* d'eau, d'alcohol et de l'éther propagent le son aussi bien que l'air et les autres matières aériformes, d'après les expériences de M. *Biot*, publiées dans le tome II des *Mémoires de Physique et de Chimie de la Société d'Arcueil*, *p.* 94. Ces expériences constatent l'idée de M. de la Place, que dans la propagation du son par des fluides expansibles, les petites compressions par les vibrations du corps sonore, causent un développement de chaleur, qui accélère un peu la vîtesse de la propagation. Car (suivant M. Biot) il est prouvé, par les expériences de Deluc, de Saussure et de Dalton, que la quantité de vapeur d'eau ou de tout autre liquide, qui se forme dans un espace vide, ne dépend que des dimensions de cet espace et de la température, en sorte que si cette vapeur est comprimée, la température restant la même, une partie de la vapeur repas-

Un moyen assez connu pour entendre un son à une plus grande distance, est d'approcher l'oreille de la terre. *Franklin* (*Experiments und Observations, London*, 1774, *p.* 445) a entendu de cette manière le son de deux pierres jetées une sur l'autre à une grande distance, aussi distinctement que si cela était arrivé tout près de son oreille. La surface de la terre sert de table résonnante, en transmettant les ébranlemens qui lui sont communiqués.

201.

On transmet la voix humaine à une grande distance par des *porte-voix*. Pour obtenir cet effet, il faut que les compressions latérales de l'air, qui sans cela se disperseraient dans tous les sens, s'appuient contre les parois de ce tuyau, de manière qu'elles prennent, autant qu'il est possible, une direction parallèle à l'axe, et renforcent le son sortant vers ce côté. Un tuyau cylindrique ou prismatique, et en général un tuyau dont le diamètre est partout le même, ne pourrait pas servir pour cet effet; les rayons sonores, qui sortent de la bouche en *C* (figure 259), dans les directions *F* et *G*, et qui seraient dispersés, restent dans le tuyau, et après s'être appuyés plusieurs fois contre les parois, ils se dispersent en sortant dans les directions *M* et *N* et dans tous les autres sens; par conséquent le seul effet qu'on peut obtenir par un tel tuyau, consiste à faire entendre le son, produit en *C* sans le moindre af-

faiblissement, à l'autre bout en *L*, ou encore un peu plus sonore que s'il était produit dans cet endroit. Au moyen d'un tel tuyau, deux personnes, placées aux deux extrémités, pourront transmettre et recevoir des paroles à une distance très considérable. Il est donc plus convenable de nommer un tel tuyau, *tuyau de communication*, que *porte-voix*. Cette qualité d'un tuyau d'un diamètre partout égal, de transmettre le son avec la même force à une distance considérable d'un bout à l'autre, a été observée par quelques personnes dans l'aqueduc deClaude àRome; et par M. *Biot* (*Mém. de la Soc. d'Arcueil*, *tom.* II), dans un aqueduc de Paris, où les sons, même les plus faibles se sont soutenus à une distance de 951 mètres ou 488 toises, et la voix la plus basse, même comme lorsqu'on parle à l'oreille, fut entendue de manière à distinguer parfaitement les paroles, et à former une conversation suivie. Mais pour transmettre un son par l'air libre à une grande distance, il faut que le tuyau s'élargisse vers l'autre extrémité.

D'après *Lambert* (*Mém. de l'Acad. de Berlin* 1763), la forme la plus convenable est un cône tronqué, parce que, si l'on veut appliquer les principes de la Catoptrique, les rayons sonores sont réfléchis par les parois, de manière qu'après une ou plusieurs réfractions, ils deviennent parallèles à l'axe (fig. 260), ou du moins peu divergens. Si l'on exprime l'angle du cône par p et le premier angle d'incidence par q, les angles d'incidence sont q, $q-p$, $q-2p$,

$q - 3p$, etc., jusqu'à ce que la série deviendrait négative ; l'angle avec l'axe diminue donc par chaque réflexion. Toutes les figures qui en s'élargissant tournent leur convexité vers l'axe, doivent être rejetées suivant Lambert, parce qu'elles répandent le son par tout un hémisphère; ces sortes de figures sont bonnes pour les instrumens de musique, parce qu'il importe de répandre le son aussi uniformément qu'il est possible ; mais les porte-voix sont destinés à diriger le son vers l'endroit où l'on veut se faire entendre. Ainsi la courbure doit être telle, qu'elle tourne la concavité vers l'axe, sans cependant devenir parallèle à l'axe, ou se rétrécir après s'être élargie jusqu'à un certain point. Car si la surface devient parallèle à l'axe, elle commence à produire l'effet d'un cylindre, et si elle converge vers l'axe, elle fera l'effet d'un cône renversé. Un porte-voix parabolique, où l'embouchure doit être dans le foyer, ferait moins d'effet qu'un porte-voix conique de la même longueur.

M. *Hassenfratz* (*Journ. de Physique*, *tom.* LVI, p. 18) a fait beaucoup d'expériences, en plaçant une montre dans un porte-voix, et en mesurant la distance à laquelle une même oreille cesse d'entendre les battemens de cette montre. Si, d'après Lambert, il fallait rejeter toutes les figures qui tournent, en s'élargissant, leur convexité vers l'axe, le pavillon qu'on a coutume de placer à l'extrémité des porte-voix, serait inutile; cependant M. Hassenfratz a

observé que de deux porte-voix égaux, celui qui était garni de son pavillon, faisait entendre les battemens de la montre à une distance à peu près double de celle à laquelle les portait l'autre, qui était sans pavillon. Quand le porte-voix de fer-blanc était doublé d'une étoffe de laine, l'effet n'était pas changé.

Quelques auteurs ont prétendu qu'un portevoix doit être formé d'une matière très-élastique, pour renforcer le son par ses vibrations; quelques-autres prétendent que le corps ne doit pas être élastique, afin d'éviter les confusions du son que les vibrations du tuyau pourraient causer. Mais il paraît que cette circonstance est indifférente; la résonnance du tuyau même pourrait contribuer très-peu à augmenter le son, parce qu'elle le propagerait aussi vers l'extérieur; mais elle ne pourrait pas causer un effet trop désavantageux, parce que tous les corps solides peuvent aussi propager des sons articulés. Il sera de même indifférent que la surface intérieure soit polie ou non. L'intensité de la transmission du son ne dépendra que de la forme intérieure, mais la différence de la matière pourra varier le timbre.

La manière d'expliquer les effets des porte-voix suivant les lois de Catoptrique, comme les réfractions de la lumière par un miroir, quoiqu'elle donne des résultats justes, ne paraît pas être exactement conforme à la nature, parce que, 1° la réfraction de la lumière dépend de chaque point de la surface, mais l'action du son dépend de la forme générale

des surfaces contre lesquelles il s'appuie, et l'effet n'est pas changé par de petites inégalités de ces surfaces ; 2° la lumière ne se répand que dans des lignes droites, mais le son, par de nouveaux centres des rayons sonores, dans toutes les directions possibles. Il paraît donc que ces changemens de la direction du son ressemblent plutôt aux mouvemens des ondes sur la surface de l'eau, qui, après être arrivées à un obstacle, forment des ondes secondaires, qui se répandent enfin sur toute la surface de l'eau, et dont le centre est à la même distance au-delà de l'obstacle, que le centre des ondes premières est en deçà.

On regarde communément le Chevalier Samuel *Moreland* comme l'inventeur des porte-voix ; son instrument était une espèce de trompette suffisamment grande, et faite de verre ou de cuivre ; il en a donné des notices dans un mémoire qui a paru à Londres, et dont il se trouve un extrait dans les *Philos. transact., n° 79, page* 3056. *Athanas. Kircher* prétend avoir fait de semblables instrumens avant Moreland ; mais tout ce que lui et quelques autres ont dit sur des instrumens acoustiques avant Moreland, concerne plutôt les cornets acoustiques que les porte-voix. *Cassegrain* (*Journ. des Savans, tom.* III) leur donna une forme hyperbolique, et prétendit avoir mieux réussi que Moreland. En Allemagne, *Sturm* (*Colleg. curiosum, Norimberg*, 1701, *pag.* 2), et *J.*

J. M. Hase (*de tubis stentoreis, Lips.* 1719), ont fait beaucoup d'essais sur des porte-voix de formes différentes. *Lambert* a publié beaucoup de recherches dans son Mémoire *sur quelques instrumens acoustiques* (*Mémoires de l'Acad. de Berlin*, 1763), mais on ne peut pas être d'accord avec lui, quand il veut attribuer au son les mêmes mouvemens qu'à la lumière (§ 9—12), et quand il veut expliquer les sons des trompettes par des vibrations du métal réfléchies par l'air (§ 13-15); il n'avait pas encore fait dans ce tems-là des recherches aussi exactes sur les sons des instrumens à vent, que celles qu'il a publiées dans les Mém. de Berlin, 1775. Le mémoire de Lambert a été traduit en allemand et publié par M. *Huth*, Professeur de Mathématiques à Francfort-sur-l'Oder (à Berlin 1796), avec des additions intéressantes. Dans la première addition il s'agit du cor ou porte-voix d'Alexandre-le-Grand, cité dans *Kircheri ars magna lucis et umbræ* et dans sa *Phonurgia*, d'après un ouvrage qu'on a attribué à Aristote, *Aristotelis secreta ad Alexandrum magnum*. La deuxième addition contient des expériences sur un porte-voix elliptique, par lequel le son était très-peu renforcé, mais plus sonore; il servait mieux comme cornet acoustique. Dans la troisième addition, M. Huth recommande les porte-voix pour transmettre des nouvelles à de grandes distances au moyen de stations intermédiaires; un tel *téléphone* pourrait être utile, surtout quand

à cause d'un brouillard, etc., on ne peut pas se servir des télégraphes.

On trouve aussi quelques remarques sur les porte-voix, dans le mémoire d'*Euler, de motu aëris in tubis* (*Nov. Act. Ac. Petrop. tom.* XVI), et dans *Mathew Young's Enquiry into the principal phœnomena of sounds and musical strings* (*Dublin*, 1784), *p.* I, *sect.* II.

202.

Un *cornet acoustique* est, pour ainsi dire, un porte-voix renversé, arrangé pour que toute l'action du son, qui se fait sur une surface plus grande, se concentre dans le canal auditif des personnes qui ont l'ouïe dure. *Lambert* (dans le Mémoire cité § 69), recommande la figure parabolique comme la plus avantageuse; mais il faut que la parabole soit tronquée jusqu'au foyer, et que dans cet endroit soit adapté un petit tuyau, pour transmettre dans le canal auditif, le son concentré dans le foyer; on pourrait encore obtenir le même effet, en donnant à ces instrumens la figure conique; mais il faut que le cône soit tronqué, pour que le son ne rebrousse pas avant de parvenir à l'oreille. M. Huth a observé qu'un porte-voix elliptique servait bien comme cornet acoustique. Pour la pratique on se sert encore d'autres formes; par exemple, on emploie avec plus ou moins de succès des formes qui tournent leur convexité vers l'axe; quelquefois on donne aussi à cet instrument une figure tor-

tueuse pour plus de commodité. Dans le *Traité des sens, par le Cat, pag.* 292, et dans le *tom.* 11 des *Machines et Inventions approuvées par l'Académie de Paris, p.* 109, *etc.*, se trouvent plusieurs idées et représentations de cornets acoustiques.

203.

Ces changemens de la direction du son, par des cornets acoustiques, ressemblent à ceux qu'on observe dans quelques salles ou cabinets, qu'on appelle *cabinets parlans*, dans lesquels un son faible, produit dans un certain endroit, se fait entendre dans un autre très-éloigné, pendant qu'ailleurs il n'est pas perceptible à l'oreille à une distance beaucoup moindre. Les exemples les plus remarquables, rapportés par plusieurs auteurs, sont le dôme de l'église de St.-Paul à Londres, où les battemens d'une montre se font entendre d'un côté à l'autre; la galerie de Glocester, où deux personnes, qui parlent fort bas, se font entendre d'un bout à l'autre, à la distance de 25 toises; une salle de l'Observatoire de Paris; l'église cathédrale de Girgenti en Sicile, où une voix très-basse, ou un bruit très-léger, qu'on ne saurait distinguer horizontalement à dix pas à l'entour, se fait entendre très-distinctement d'un bout de l'église à l'autre. L'Abbé *Actis* a décrit les phénomènes qu'il a observés dans cette église, dans les *Mémoires de l'Acad. de Turin*, 1788 — 1789; il fait aussi mention de la grotte connue sous le nom d'*oreille de Denis* (*grotta della*

favella), dans les anciennes Latomies de Syracuse. Autrefois une personne, qui se plaçait au centre de la spirale de cette grotte, entendait ceux qui étaient placés dans les spirales convergentes; mais ce monument paraît avoir beaucoup changé à cause de nouveaux trous qu'on y a pratiqués en bas, et de celui qu'on a bouché en haut; un petit bruit se multiplie pourtant encore à l'infini, le déchirement d'une feuille de papier se fait entendre très-distinctement d'une extrémité de la grotte à l'autre, quoique la longueur en soit de 47 pieds 7 pouces.

Si l'on voulait construire à dessein une salle pour cet effet, on pourrait donner aux parois et au plafond la figure d'un ellipsoïde alongé, par lequel le son sortant de l'un des foyers, serait concentré dans l'autre; une figure ressemblant à deux cônes, ou à deux pyramides contiguës à leur base, produirait le même effet, de manière que deux personnes, placées aux extrémités étroites opposées, pourraient se faire entendre l'une de l'autre, avec la voix la plus basse, pendant qu'on n'entendrait rien dans l'autre étendue de la salle.

204.

Quand le même son se fait entendre plus d'une fois, on l'appelle un *écho*. Dans tous ces cas, la réaction de l'air comprimé par le premier son, surpasse le degré de la densité naturelle; on entend donc la condensation rétrograde, comme un deuxième son semblable au premier. Quand ces répétitions

se suivent trop rapidement pour distinguer les intervalles de tems, on les appelle une *résonnance*. On suppose communément qu'on peut distinguer au plus huit à neuf différens sons dans une seconde de tems; il faut donc, pour qu'une répétition du même son ne soit pas entendue comme résonnance, mais comme un véritable écho, que le son primitif soit suivi de la répétition au moins $\frac{1}{9}$ de seconde plus tard.

On explique ordinairement les réactions d'un son, suivant les lois de la Catoptrique, comme les réflexions de la lumière par un miroir (§ 200); mais M. *de la Grange* a montré, dans ses *Recherches sur la nature et la propagation du son, sect.* 1, *cap.* 2 (*Miscell. Taurinens., tom.* 1), qu'une vraie *cataphonique* ou *catacoustique*, semblable à la catoptrique, n'existe pas, comme d'*Alembert* avait déjà remarqué dans l'Encyclopédie. Après lui, *L. Euler* a exposé la théorie de l'écho, dans les *Mém. de l'Acad. de Berlin*, 1765, et dans sa Dissertation *de motu aëris in tubis* (*Nov. Comment. Acad. Petrop., tom.* XVI), *cap.* 2. M. *Poisson* a donné de savantes recherches sur la réflexion du son par un plan indéfini, par un ellipsoïde, paraboloïde et hyperboloïde de révolution, dans le tome VII du *Journal de l'École Polytechnique*, *p.* 350. Quand un écho se forme par la réaction de l'air qui s'appuie contre un obstacle, la condensation rétrograde suivra les lois ordinaires de réflexion; l'explication par des principes catoptriques, ne donnera donc pas alors de faux résultats. Mais il y a encore d'autres cas où il se forme un

écho, lorsqu'une colonne d'air assez longue, isolée vers les côtés, ne s'appuie pas contre un obstacle, étant terminée par l'air libre; d'où il s'ensuit qu'alors l'écho n'est pas produit par des réflexions, mais par d'autres circonstances.

205.

Un écho se produit, quand, par un empêchement quelconque, les condensations des particules d'air et les vitesses avec lesquelles chaque particule est déplacée dans un espace très-petit, ne font pas une marche égale, comme dans la propagation ordinaire du son (§ 186). Puisque les vibrations de l'air renfermé et de l'air libre suivent les mêmes lois (§ 185), les répétitions du même son, causées par des marches différentes des vitesses et des condensations, seront exposées ici, d'après Euler, en considérant les mouvemens d'une masse d'air, renfermée dans un tuyau, qui se font dans différentes circonstances, après un coup simple. Il sera la même chose, si l'on se figure un tel tuyau droit ou courbe, large ou étroit, ou si la masse d'air est isolée de l'autre air atmosphérique d'une manière quelconque. Quand le tuyau est infiniment long des deux côtés, les condensations et les vitesses suivent toujours une marche égale, et dans le même instant où la vitesse du mouvement très-petit de chaque molécule devient $= o$, sa densité naturelle est rétablie: il n'y a donc aucune raison, pour que cette portion de l'air puisse continuer le mouvement; on n'entendra

donc qu'un son simple, après $\frac{P}{K}$ secondes, si P exprime la distance à laquelle l'oreille se trouve de l'endroit où le son est produit, et K l'espace que le son parcourt dans une seconde. C'est la propagation ordinaire du son, où l'air ne fait pas plus de vibrations que le corps sonore (§ 186). Mais si le tuyau est terminé vers l'un des côtés, ou vers les deux, les condensations et les vitesses des particules d'air ne suivent pas une marche égale, et conséquemment la condensation et la vitesse ne devient pas $= o$ dans le même instant; il faut donc que le mouvement continue alternativement en avant et en arrière, jusqu'à ce que la condensation et la vitesse deviennent $= o$ dans le même instant, ou jusqu'à ce que d'autres obstacles fassent cesser le mouvement. Une extrémité terminée du tuyau, peut être ou ouverte ou fermée; si elle est ouverte, l'air, à cause de sa communication avec l'air libre, conserve toujours la densité naturelle, quelle que soit la vitesse; si elle est fermée, la vitesse de l'air est dans cet endroit toujours $= o$, quelle que soit la compression. Les différens cas dans lesquels on entend des répétitions d'un son simple, sont les suivans :

I°. Dans un tuyau qui (fig. 261) est terminé d'un côté Bb et ouvert, et d'autre côté a infini, un son excité en L, ne sera entendu comme son simple, que près de l'extrémité terminée et ouverte Bb, après le téms $= \frac{Lb}{K}$ secondes. Vers L et en L même on en-

tend le son deux fois, de manière que la résonnance, qui se forme, se change en un écho plus prononcé, à mesure qu'on s'éloigne plus de *Bb*. On entend dans chaque endroit *a* derrière *L*, le son primitif après le tems $= \frac{aL}{K}$ secondes, et (comme aussi en *L*) un deuxième son, un peu différent du premier, plus tard de $\frac{2Lb}{K}$ secondes. Si *Lb* est $= 338$ mètres, on aura un écho de deux secondes. Voilà donc un exemple d'un écho, qui ne peut pas être expliqué par réflexion.

Ce cas ne pourra pas exister pour l'expérience, excepté si, au lieu d'une extension infinie, on se figure une extension trop longue pour que le son puisse agir jusqu'à l'autre extrémité, par exemple, dans une galerie très-longue, où l'on entendra une répétition du son, d'autant plus prononcée, qu'on s'éloigne plus de l'extrémité ouverte.

II°. Quand le tuyau est terminé et fermé en *Bb* (fig. 262), et étendu à l'infini vers l'autre côté, le même phénomène aura également lieu. Si l'endroit *L*, où le son est produit, est peu éloigné de l'extrémité fermée *b*, on entend une résonnance, et plus la distance *Lb* est grande, plus on entend un écho prononcé; pour chaque endroit *a* et en *L* même, l'écho suivra le son primitif après le tems $= \frac{2BL}{K}$ secondes; on voit donc que les phénomènes sont les mêmes, si le bout *Bb* est fermé, que si ce bout

est ouvert. Ici on pourrait dire que l'écho provient de la réflexion ; mais puisque le même écho se forme quand ce bout est ouvert, quoiqu'aucune réflexion n'y puisse avoir lieu, on voit que ce n'est pas proprement à la réflexion qu'il faut attribuer la formation de l'écho.

Ce deuxième cas est celui qui se présente le plus souvent à l'expérience. Ce cas renferme tous ceux où l'air libre (dont les vibrations suivent les mêmes lois que celles de l'air renfermé) s'appuie contre un mur, une forêt épaisse, ou une pente de rocher ; et où il faut regarder cette masse d'air comme terminée vers ce côté, et indéfinie vers l'autre. Le poli et les inégalités des surfaces sont indifférens, puisqu'on trouve souvent les meilleurs échos dans des endroits montagneux et dans des forêts où il y a nulle part une surface régulière ; mais il faut que la figure générale des objets contre lesquels l'air agité s'appuie, soit convenable pour produire cet effet. Quelques aéronautes ont observé, qu'à une hauteur suffisante la terre produit toujours un écho, qui peut servir pour juger de la hauteur à laquelle on s'est élevé.

III°. Quand un tuyau (fig. 263) $\frac{AB}{ab}$ est terminé et ouvert de deux côtés, chaque son produit dans un endroit quelconque L, cause un écho multiplié, dans lequel chaque quatrième pulsion se ressemble. Soit l'oreille à l'extrémité A, elle entendra le son principal après le tems $\frac{AL}{K}$ secondes, ensuite après

le tems $\frac{2BL}{K}$ elle entendra le premier écho, qui sera suivi du second après le tems $\frac{2AL}{K}$, puis du troisième après le tems $\frac{2BL}{K}$, ensuite du quatrième après le tems $\frac{2AL}{K}$ secondes, et ainsi de suite. Le son principal sera donc répété une infinité de fois par des échos, qui se suivront alternativement dans des intervalles égaux à $\frac{2BL}{K}$ et $\frac{2AL}{K}$ secondes. Si le son est excité en A même, la multitude des échos se réduit à la moitié, et les intervalles de tems seraient égaux entre eux, et $=\frac{2BA}{K}$ secondes, de sorte que si la longueur du tuyau était de 169 mètres, les échos se suivraient toutes les secondes. Si le premier son est excité en L, et si l'oreille est placée dans le même endroit, le premier écho suivra le son principal après le tems $\frac{2AL}{K}$, le second après le tems $\frac{2BL}{K}$, le troisième après le tems $\frac{2AB}{K}$, qui étant produit par deux agitations égales et semblables à la principale, sera plus fort et plus distinct. Celui-ci sera suivi du même ordre d'échos après les tems $\frac{2AL}{K}$, $\frac{2BL}{K}$, $\frac{2AB}{K}$, et ainsi de suite. Si le point L se trouve au milieu du tuyau, tous les échos se succèdent en intervalles égaux de $\frac{AB}{K}$ secondes. Si l'oreille était placée dans un autre endroit P, le nombre des échos serait encore

plus multiplié, et les intervalles plus inégaux entr'eux; les quatre échos se suivraient dans des intervalles de tems égaux entr'eux, dans le seul cas où *L* serait au milieu du tuyau, et *P* au milieu entre *L* et *B*.

Le nombre des répétitions serait infini, s'il n'y avait pas de résistances. Cet écho multiplié ne peut pas être expliqué par des principes de Catoptrique.

Ce troisième cas, où un tuyau est terminé et ouvert de deux côtés, est applicable à des galeries longues et voûtées, ouvertes aux deux extrémités. On remarque même quelquefois dans des chemins étroits, entre deux pentes de rochers, une résonnance qui serait un véritable écho, si la longueur était suffisante.

M. *Biot* (*Mém. de la Société d'Arcueil, tom.* II, *p.* 403) dans ses Expériences sur la propagation du son par un aqueduc de Paris, de la longueur de 951 mètres ou 488 toises, a remarqué qu'en parlant dans le tuyau il a entendu sa propre voix, répétée par échos jusqu'à six fois. Les intervalles de ces échos étaient tous égaux entr'eux et à fort peu près de $\frac{1}{2}$ seconde. Le dernier revenait à un peu moins de 3 secondes, c'est-à-dire dans un tems égal à celui que le son employait pour se transmettre à l'autre extrémité; mais la personne qui était placée à cette extrémité, et à laquelle on a parlé, n'a entendu qu'un son. Les intervalles de tems, de $\frac{1}{2}$ seconde, que M. *Biot* a observés, sont beaucoup moindres que ceux qui résulteraient de la théorie ($= 5\frac{1}{3}$ se-

condes) ; il parait qu'il en faut attribuer la cause à des nœuds de vibration qui se sont formés dans la masse d'air contenue dans le tuyau, ce qui arrive, surtout dans des tuyaux dont le diamètre est petit en comparaison de la longueur.

IV°. Dans un tuyau terminé et fermé de deux côtés les échos se suivent dans les mêmes intervalles de tems, que dans le cas précédent, où les deux extrémités étaient ouvertes.

Ce cas est applicable à des galeries longues, dont les deux bouts sont fermés, par exemple dans des mines, où j'ai remarqué une résonnance désagréable à l'oreille. Il renferme aussi les échos multipliés, qu'on trouve quelquefois entre deux murs assez éloignés l'un de l'autre, ou entre deux pentes de rochers.

V°. Quand le tuyau est terminé de deux côtés, qu'une extrémité est ouverte, et l'autre fermée, il y a un écho multiplié, dans lequel chaque huitième pulsion, ou, si le son est produit à l'extrémité fermée, et entendu à l'extrémité ouverte, chaque quatrième pulsion est de la même nature. Ce cinquième cas pourra avoir lieu dans des galeries voûtées assez longues, ouvertes d'un côté et fermées de l'autre.

206.

Quelques exemples d'échos particulièrement remarquables sont mentionnés par *Athan. Kircher* dans sa *Phonurgia*, et par plusieurs autres auteurs, par exemple, celui à Genetay, à deux lieues de Rouen,

qui varie la voix de différentes manières; celui près Coblence au bord du Rhin, qui répète un mot dix-sept fois; celui près du château Simonetta, causé par deux murs parallèles, qui répète un mot jusqu'à quarante fois. *Gassendi* fait mention d'un écho près le tombeau de Metella, qui a répété le premier vers de l'Enéide huit fois. Dans les *Mém. de l'Acad. de Paris* 1710, se trouvent des notices sur un écho causé par deux tours opposées, qui multiplie le son douze à treize fois; un autre, non loin de Milan, qui le multiplie encore davantage, est mentionné dans les *Philos. transact.* 480, n° 8. On a prétendu que celui près Rosneath en Ecosse, répète une mélodie trois fois, chaque fois dans un ton plus grave, ce que je ne trouve pas vraisemblable. A Muyden, non loin d'Amsterdam, j'ai observé un écho, connu en Hollande, causé par un mur demi-elliptique : les deux foyers sont éloignés l'un de l'autre de quelques pas, dans une direction un peu oblique vers la demi-ellipse; le son produit dans l'un des foyers, produit un écho très-renforcé dans l'autre foyer, il paraît sortir de la terre, ce que j'attribue à une légère inclinaison du mur en dedans. On peut présumer que si le mur était continué de la même manière, pour former une ellipse entière, l'écho serait encore plus fort et plus multiplié.

207.

Il serait très-utile de savoir toujours la meilleure manière de *construire des salles, pour que le son*

puisse être entendu partout distinctement, sans sacrifier quelques autres qualités ou conventionnelles, ou nécessaires pour d'autres buts. Dans la plupart des salles où l'on y a réussi, cela paraît être plutôt un effet du hasard que d'une théorie exacte. Une salle sera favorable au son,

1° Quand elle est bien arrangée pour faciliter la propagation naturelle du son;

2° Quand l'intensité du son est augmentée par la résonnance d'autres corps, ou par des réflexions convenables.

J'ai emprunté la méthode d'exposer cet objet, comme aussi quelques idées, d'un petit Mémoire de J. G. *Rhode* (*Theorie der Verbreitung des Schaller für Baukünstler*, c'est-à-dire Théorie de la propagation du son pour des architectes) qui a paru à Berlin en 1800, et que je préfère à beaucoup d'autres.

208.

Il est plus facile d'arranger des salles d'une manière favorable à la propagation naturelle du son, que d'obtenir des renforcemens convenables par des moyens artificiels; mais cette propagation naturelle n'est pas suffisante pour des salles très-grandes, destinées pour des réunions fort nombreuses. Suivant *Saunders* (*treatise on theaters, including some experiments on sound, London*, 4°), on peut regarder 70 pieds comme la distance à laquelle une voix ordinaire est encore perceptible; un théâtre

construit suivant cette maxime, pourrait donc contenir à peu près 2000 personnes. Quand l'espace n'est pas grand, de sorte que personne n'est éloigné de plus de 60 pieds de celui qui parle, la forme de la salle est presqu'indifférente, parce que le son parcourt cet espace trop rapidement pour qu'on puisse entendre un réflexion désavantageuse. Une pareille réflexion pourra renforcer le son dans un seul cas, savoir, quand la surface contre laquelle le son s'appuie, est peu éloignée, et que par conséquent la réaction se fait trop rapidement pour la distinguer du son primitif. Pour empêcher la résonnance ou l'écho qu'une réaction pourrait causer, il sera toujours avantageux d'arranger les places en forme amphithéâtrale successivement élevée, pour que nulle part ne se trouve une surface trop grande, contre laquelle l'air agité se puisse appuyer dans le même instant. Si la salle n'est pas trop haute et trop voûtée, on évitera mieux la résonnance ou l'écho qui serait causé par la réaction du son de haut en bas, et le son pourra se répandre plus facilement par cet espace moindre. La forme semi-circulaire, ou semi-ovale qu'on donne ordinairement aux théâtres, est convenable pour contenir beaucoup de personnes à une distance modique de l'endroit où le son est produit; mais la forme d'un ancien théâtre d'Athènes aux parois divergentes (fig. 264), pourrait contenir une assemblée encore plus nombreuse à la même distance.

Il faut aussi éviter tout ce qui peut empêcher la

propagation libre du son, par exemple des décorations trop saillantes des parois, etc.

Un orchestre ne doit pas occuper trop d'espace, pour qu'il ne soit pas trop difficile que tous observent la même mesure, à cause du tems qu'il faut pour la transmission du son d'un bout à l'autre. Il est même presqu'impossible que tous observent toujours la même mesure, si l'on place deux chœurs fort éloignés l'un de l'autre, aux deux extrémités d'une salle.

209.

Une résonnance d'autres corps, par exemple, si les parois sont boisées de tables minces, ou si un orchestre est placé sur des planches de bois auxquelles les vibrations se peuvent communiquer, sera applicable aux salles destinées pour la musique; mais elle ne pourra pas servir pour augmenter la facilité d'entendre des paroles. Les anciens ont employé dans quelques théâtres, des vases pratiqués entre les places des spectateurs, pour renforcer le son, d'après *Vitruve* (*libr.* v, *cap.* 5); mais ce moyen ne paraît être d'aucune utilité.

210.

Les réflexions convenables sont le meilleur moyen pour augmenter l'intensité du son.

Quelques architectes ont suivi des principes directement opposés à ceux qu'il aurait fallu suivre. Ils se sont imaginé que le son qui va en avant, doit

doit faire une action rétrograde, ce qui n'opère qu'une résonnance désagréable qui dégénère en un écho, d'autant plus prononcé que la surface réfléchissante est plus éloignée de celui qui entend le son. Pour obtenir par des réflexions une augmentation utile de l'intensité du son, il faut que chaque action rétrograde soit évitée, mais que le son répandu à droite, à gauche, en arrière et en haut, soit détourné vers le public, par une forme convenable des parois, et qu'il se fasse entendre partout presque dans le même instant que le son principal.

De toutes les formes possibles qu'on peut donner à une salle destinée pour entendre le son, l'ellipse est la plus désavantageuse. La qualité principale d'une ellipse est de réunir dans un foyer tous les rayons qui partent de l'autre foyer; or s'il était possible de concentrer un orchestre dans l'un des foyers et tout le public dans l'autre, le son secondaire serait très-fort, mais sans aucune utilité; car, si la salle est petite, on n'a pas besoin d'un renforcement du son, et si la salle est grande, on entendra le son secondaire plus tard que le son primitif, excepté si l'ellipse est fort alongée. Quand le son est produit et entendu hors des foyers, la résonnance ou l'écho se montrera de manières très-différentes. A Berlin, le théâtre et la salle de concert, ellipsoïde regulier, pourront servir pour observer les effets de la forme elliptique. Une forme ronde ne sera pas convenable à cause des réflexions multipliées,

comme, par exemple, dans le dôme de l'église de Saint-Paul à Londres, et dans la Rotonde à Rome. J'ai observé aussi une résonnance très-prolongée dans une salle demi-ronde. Lorsqu'il s'agit d'entendre partout distinctement un orateur, ou un chanteur, ou un instrument, une forme parabolique des parois et du plafond serait très-convenable; on pourrait faire passer les deux branches de la parabole à des lignes droites parallèles (fig. 265); le son devrait être produit dans le foyer de la parabole, marqué dans la figure par un point; et tout le son qui ne parvient pas directement au public, lui parviendrait réfléchi en des directions parallèles à l'axe. En général on augmentera beaucoup l'intensité du son d'un orchestre ou d'un orgue, en le plaçant sous une voûte étroite et basse qui s'élargit peu à peu. On obtiendrait aussi le même effet, en donnant aux parois et au plafond une forme conique ou pyramidale, qui pourrait se prolonger en des parois parallèles (fig. 266); l'orateur ou l'orchestre devrait être placé dans la partie étroite de la salle, dont la pointe pourrait être tronquée ou arrondie; la réflexion du son serait ressemblante à celle qui se fait dans un porte-voix. Quelle que soit la forme, une élévation successive des places sera toujours favorable au son. Il me paraît que la musique ferait beaucoup d'effet dans une salle ronde dont le plafond serait voûté à une hauteur suffisante; l'orchestre devrait être placé tout en haut au milieu de la coupole. L'effet serait le même, si le plafond était conique, ou si la forme

de la salle était carrée ou polygone, et que celle du plafond fût pyramidale ; le son venant d'en haut et réfléchi presque comme dans un porte-voix, serait entendu partout très-distinctement sans le moindre écho et sans aucune résonnance prolongée.

J'ai observé un effet surprenant de la musique à Ludwigslust dans l'église de la cour du Duc de Mecklenbourg - Schwerin. L'église a une seule nef; toute l'extrémité où se trouve l'autel, forme un tableau qui représente l'apparition des anges qui annoncent aux pasteurs la naissance de Jésus-Christ. Entre les planches d'en haut, qui forment les nuages, est placé l'orchestre qui ne voit pas le public, et qui n'est pas vu ; tout le son se répand en haut et n'arrive au public que réfléchi par le plafond. Le son est beau et distinct, et avant de connaître la construction de l'église, il est difficile de deviner d'où il vient ; on cherche l'orchestre sans le trouver.

M. Rhode, dans son Traité cité § 207, remarque que la plupart des théâtres sont très-peu favorables au son, parce qu'on a trop négligé les lois de la propagation du son par des tuyaux à parois parallèles et par des porte-voix. Les loges latérales, près du théâtre, sont très-désavantageuses, parce qu'elles absorbent trop le son ; il serait mieux pour l'effet, si aux côtés il n'y avait que des parois droites ou parallèles, comme dans la fig. 267, ou divergentes, comme dans la fig. 264, sans décorations saillantes ; le plafond ne doit pas être trop haut ; il peut être parallèle au parterre en s'élevant peu à peu vers la

partie de la salle la plus éloignée du théâtre. L'extrémité opposée au théâtre peut former un arc de cercle. Le grand théâtre à Parme, très-connu, peut servir d'exemple. Pour des théâtres encore plus grands, des parois divergentes (fig. 264) seraient préférables. La disposition amphithéâtrale des places n'empêcherait pas la construction de quelques places distinguées, en interrompant par un espace modique, les séries des places. M. Rhode remarque aussi que l'arrangement ordinaire des coulisses est contraire à la propagation du son, parce qu'elles absorbent tout le son qui se répand vers les côtés. D'après lui les anciennes machines triangulaires tournantes, dont les trois surfaces peuvent être peintes ou couvertes de toile peinte, seraient plus favorables au son, quand on les tourne de manière qu'elles forment, du moins vers l'avant-scène, une paroi qui réfléchit le son en avant.

Puisqu'un courant d'air, dont la direction est la même que celle du son, en augmente beaucoup l'intensité, on a voulu employer ce moyen dans un théâtre ; mais l'expérience a montré que les inconvéniens surpassent les avantages qu'on en pourrait tirer.

Il paraît que les théâtres des anciens, où les places étaient successivement élevées en s'éloignant de la scène, étaient plus propres à faciliter la propagation naturelle du son, qu'à le renforcer par des moyens artificiels. Dans des restes de ces théâtres, par exemple dans le *cirque de Murviedro* en Es-

pagne (l'ancienne Sagonte), suivant M. Biot, comme aussi dans *l'amphithéâtre de Nismes*, et dans celui de la *villa Hadriani* à Tivoli, on entend très-bien dans des endroits les plus élevés, ce qu'on dit dans l'arène. On peut attribuer ces effets en partie aux réfléchissemens du son par la terre, et à ce que la propagation du son en haut est facilitée par l'action de l'air plus dense sur l'air un peu moins dense.

211.

Les ouvrages et mémoires suivans pourront servir pour s'instruire davantage des recherches qu'on a faites sur la théorie de la propagation du son par l'air :

H. Newton *Principia Philosophiæ naturalis mathematica*, *lib.* 1, *sect.* VIII, *de motu per fluida propagato.*

Recherches sur la propagation du son, par L. *Euler*, avec deux continuations dans les Mém. de l'Acad. de Berlin, 1753.

Éclaircissemens plus détaillés sur la génération et la propagation du son et sur la formation de l'écho, par L. *Euler*, dans les Mém. de l'Acad. de Berlin, 1765.

L. Euler, *de propagatione pulsuum per medium elasticum*, *in Nov. Comment. Ac. Petrop.*, *tom.* 1.

L. Euler, *de motu aëris in tubis*, *in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom.* 16.

Recherches sur la nature et la propagation du son,

par *la Grange*, dans les Mélanges de Philosophie et de Mathématiques de la Société de Turin, tom. 1 et 2.

Sur la manière de rectifier deux endroits des principes de Newton, relatifs à la propagation du son et au mouvement des ondes, par *la Grange*, dans les Mém. de l'Acad. de Berlin, 1786.

Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche, Bologna, 1767.

Enquiry into the principal Phænomena of sounds an musical strings, by Matthew Young, *Dublin*, 1784.

Sur la vitesse du son, par *Lambert*, dans les Mém. de l'Acad. de Berlin, 1768.

Observations sur la théorie et sur les principes du mouvement des fluides, par J. *Trembley*, dans les Mém. de l'Ac. de Berlin, 1801.

Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, par d'*Alembert*, livre 2, chap. IV, et Opuscul. tom. V.

Sur la théorie du son, par M. *Poisson*, dans le Journal de l'École Polytechnique, tom. VII.

SECTION II.

De la propagation du son par des matières liquides et solides.

212.

Les vibrations d'un corps sonore se communiquent à toutes les matières contiguës immédiatement ou médiatement. L'air est le conducteur ordinaire du son, et le plus propre pour communiquer à l'homme et à toute espèce d'animaux terrestres la sensation du son par les organes extérieurs de l'ouïe; mais toutes les matières liquides et solides propagent aussi le son avec beaucoup d'intensité; même toutes les modifications du son se propagent par ces matières.

213.

La propagation du son par l'*eau* se conclut de ce que les animaux aquatiques sont aussi pourvus d'organes de l'ouïe ; elle se constate aussi par des expériences. On peut entendre sous l'eau les sons produits dans l'air, mais on entend plus fortement les sons produits sous l'eau. (Journal des Savans 1678, p. 178. *Hawksbee*, Philos. Transact., n° 321.

Arderon, Philos. Transact., n° 486. *Nollet*, Mém. de l'Acad. de Paris, 1743, et Leçons de Physique expérimentale, tom. III, p. 417. Musschenbroek, *Introd. in Philos. nat., tom.* II, § 226. Monro *Physiology of fishes, etc., chap.* IX). On entend aussi dans l'air un son produit sous l'eau. L'air ne contribue en rien à la propagation du son par l'eau ; si l'air contenu dans l'eau est séparé avec soin, la propagation est la même, d'après les expériences de Nollet et Musschenbroek. Mais puisque l'eau n'est pas compressible comme l'air, excepté dans un degré très-petit, en appliquant une force énorme, d'après les expériences de Canton, Abich, Zimmermann et Herbert ; on ne pourra pas appliquer la théorie de la propagation du son par l'air, pour déterminer la manière dont une particule d'eau communique la pulsion à l'autre, qui ne consiste pas en des condensations et des dilatations. Cette différence entre les matières liquides et les fluides expansibles se montre aussi en ce que les matières liquides ne font jamais elles-mêmes des vibrations sonores, comme l'air ou une autre matière aériforme contenue dans un tuyau.

214.

Quand une cloche ou un vase sonore est rempli d'eau, ou quand un corps sonore est plongé dans l'eau, le son est plus grave que celui qui se produit dans l'air, à cause de la retardation des vibra-

tions par la résistance de l'eau comme d'un fluide plus dense. Cette retardation augmente, quand le vase est plus rempli d'eau, ou quand le corps sonore est plongé plus profondément sous l'eau. A une profondeur encore plus grande, les vibrations sonores cessent, et on ne peut produire sur le même corps qu'un claquement inappréciable. Quelques autres matières liquides, par exemple, huile, lait, champagne mousseux, etc., résistent encore plus aux vibrations sonores que l'eau.

215.

La *vitesse* avec laquelle le son est propagé par l'eau ou par d'autres matières liquides, est tout-à-fait inconnue; on peut cependant présumer qu'elle ne sera pas la même à des différentes profondeurs, parce que la densité n'augmente pas en raison de la pression, comme dans les fluides expansibles. Il serait difficile de faire des expériences sur cet objet.

216.

L'*intensité* de la propagation du son par l'eau, quand il est produit dans l'eau, surpasse beaucoup celle de la propagation du son par l'air. Nollet a observé que l'effet de deux pierres frappées l'une contre l'autre, était presqu'insupportable. On entend aussi sous l'eau un son produit dans l'air, mais moins fort, parce que l'action d'un fluide moins dense sur un fluide plus dense est moindre.

M. *Perolle* a fait beaucoup d'expériences sur l'intensité du son dans différentes matières liquides, qu'il a publiées dans les *Mém. de l'Acad. de Turin*, 1790—1791. Il s'est servi d'une montre suspendue à un fil dans un vase rempli de la matière liquide, pour observer la distance à laquelle on pouvait encore entendre les battemens. Cette distance était dans l'air huit pieds, dans l'eau vingt, dans de l'huile d'olives seize, dans de l'huile de térébenthine quatorze, et dans l'esprit de vin douze pieds. En répétant ces expériences il n'a pas obtenu toujours les mêmes résultats. On ne peut pas exiger dans ces expériences la même exactitude que s'il y avait une continuation de la même matière entre le corps sonnant et l'oreille; on voit cependant que ces fluides sont ébranlés plus fortement que l'air; même le vase et la table sur laquelle il était placé, étaient sensiblement ébranlés; la surface de l'eau restait tranquille. Chaque fluide se distinguait par un timbre différent.

M. d'*Arnim* (Annal. de Gilbert, tom. IV, cah. 1, p. 113), remarque, que l'intensité des sons doit être en raison des pesanteurs spécifiques des fluides, si les autres circonstances restent les mêmes, et que les résultats que M. Perolle a obtenus, ne diffèrent pas beaucoup de ces pesanteurs spécifiques.

La surface de l'eau reste tranquille, parce que le mouvement de chaque particule ne se fait que par un espace extrêmement petit, de sorte

qu'il est impossible, ou presqu'impossible de l'apercevoir. Les mouvemens de la surface de l'eau, représentés dans les figures 252 et 257, n'appartiennent pas à l'objet dont je parle maintenant, parce qu'ils sont causés par les vibrations sonores du vase même, qui repoussent l'eau contiguë.

217.

Les matières solides propagent le son très-fortement, surtout si leur forme est favorable aux vibrations; mais pour mieux apercevoir le son propagé par une telle matière, il est utile qu'elle soit appuyée à une des parties fermes de la tête, qui puisse transmettre les impressions aux organes intérieurs de l'ouïe. Un fil simple d'une matière quelconque suffira pour propager le son; quand, par exemple, deux personnes ont tendu un fil, en tenant les extrémités entre les dents, ils pourront se faire entendre l'un à l'autre, en bouchant les oreilles, et en parlant très-bas. Si l'on suspend une grande cuiller d'argent à l'une des extrémités d'un fil, en serrant l'autre entre les dents, on entendra, quand les oreilles sont bouchées, le son de la cuiller, comme le son d'une grande cloche. Ayant l'oreille appliquée à l'un des bouts d'une longue poutre, on entend distinctement le choc d'une tête d'épingle qui frappe le bout opposé, tandis que ce son transmis par l'air, ne peut pas être entendu à la même distance. Une verge, quelle que soit la longueur, l'épaisseur

et la matière, transmet le son, et même les paroles très-fortement, si l'une des extrémités est appuyée au corps sonore, et l'autre aux dents ou à une autre partie ferme de la tête, surtout quand la matière de la verge est assez élastique. L'effet est presque le même, si celui qui parle, appuie la verge aux dents, ou à la gorge, ou même à un bouton de l'habit, pressé étroitement contre la poitrine. Au lieu d'une seule verge on pourra aussi se servir d'une continuation de plusieurs verges, même si elles sont jointes sous des angles différens. On entend les paroles encore plus distinctement, si l'on appuie la verge à un vase de métal, ou de verre, ou de porcelaine, et si celui qui parle, dirige la voix vers l'intérieur du vase: l'intensité est encore plus grande, si le vase même est appuyé aux dents, ou à une autre partie convenable de la tête. On entend très-bien les sons d'un instrument, quand les oreilles sont bouchées, et l'extrémité de la verge est appuyée contre la table résonnante ou contre les parois de l'instrument. On pourra encore entendre par ce moyen le son d'un diapason appuyé contre un instrument, après que ses vibrations, propagées par l'air, ont cessé d'être perceptibles à l'oreille. Cette manière d'entendre les sons produit une sensation presque comme si le son venait de la verge même. Chaque matière varie le timbre différemment.

Les sourds, ou ceux qui ont l'ouïe dure, pourront se servir de ce moyen pour entendre les pa-

roles ou le son d'un instrument, quand leur défaut d'ouïe est situé dans les organes extérieurs ; mais quand les organes intérieurs sont détruits ou paralysés, il ne sera pas utile.

Cette propagation du son à travers toutes les matières solides, fait aussi que le mineur en creusant la galerie, entend les coups du mineur creusant du côté opposé, et juge ainsi de sa direction.

Beaucoup d'observations sur la propagation du son par des matières solides, se trouvent dans une Dissertation de J. Jorissen, *Nova methodus, surdos reddendi audientes*, *Halæ* 1757 ; et dans une autre de Winkler : *de Ratione audiendi per dentes*, *Lips.* 1759 ; dans *Kircheri Musurgia*, liv. I, sect. VII, chap. 7 ; dans *Boerhavii Prælect. in Institut. rei medicæ*, vol. IV, *de auditu*, etc. Des observations plus nouvelles sont celles de MM. *Perolle*, *Biot*, *Herhold* et *Rafn*.

218.

On peut présumer que la direction longitudinale ou transversale des mouvemens du corps propageant, quand il est poussé par les vibrations du corps sonore, dépend en partie de la forme du corps propageant, en partie de la direction dans laquelle le corps sonnant agit sur le corps qui propage le son. La nature des vibrations du corps sonore même (si elles sont transversales ou longitudinales) sera indifférente.

219.

Il me paraît que la *vitesse de la propagation du son par des matières solides*, tant qu'elle se fait par des vibrations longitudinales, peut être déterminée de la manière suivante : Le son est propagé par une étendue d'air libre, dans le même tems qu'une colonne d'air de la même longueur, renfermée dans un tuyau, fait une vibration longitudinale, (§ 185). Les vibrations longitudinales des corps rigides (§ 77—83), suivent les mêmes lois que celles de l'air ; on peut donc supposer que le son est propagé par chaque matière rigide ou expansible dans le même tems dans lequel cette matière, comme corps sonore, fait une vibration longitudinale. La propagation du son par des matières rigides sera donc d'autant plus rapide, que le son longitudinal est plus aigu, supposé que la longueur soit la même. Les vitesses auront donc entr'elles et à celle de l'air à peu près les mêmes rapports que les sons exposés dans le § 82. Or, la longueur étant la même, le son longitudinal de l'étain est plus aigu que celui de l'air, de deux octaves et d'une septième majeure; celui de l'argent est plus aigu de trois octaves et d'un ton ; celui du cuivre, presque de 3 octaves et d'une quinte ; celui du fer, du verre et du bois de sapin, dont les vibrations sont les plus rapides, surpasse celui de l'air au moins de quatre octaves et d'un semi-ton, etc. S'il y avait donc une continuation as-

sez longue et homogène d'une telle matière, la vitesse de la propagation du son par l'air serait surpassée par celle de l'étain à peu près . . . . 7 $\frac{1}{2}$ fois

. . . . l'argent, ... 9

. . . . du cuivre, presque 12

. . . . fer et du verre, à peu près. . . 17

. . . . de différentes espèces de bois, 11 à 17 fois

. . . . la terre cuite, à peu près. . . . . 10 à 12 fois.

220.

Les *expériences* qu'on a faites jusqu'à présent, constatent une vitesse plus grande de la propagation du son par des matières solides, que par l'air. M. *Wünsch*, Professeur à Francfort-sur-l'Oder, a publié des expériences (dans les *Mémoires allemands, présentés à l'Académie de Berlin* 1793) sur la propagation du son par une continuation très-étendue de lattes de bois; le son s'est propagé beaucoup plus rapidement que par l'air; mais on ne peut pas être d'accord avec lui, quand il prétend (comme *Hook* dans la préface de sa *Micrographia*) que le son se propage par les corps solides dans l'instant, ou du moins aussi rapidement que la lumière. MM. *Herhold* et *Rafn* à Copenhague, ont fait des expériences (publiées dans *Reil's Archiv für die Physiologie*, tom. III, cah. 3, pag. 178) sur la propagation du son par un fil de la longueur de 300 aunes ou 600 pieds de Danemarck. Une des extrémités de ce fil de lin tordu, était liée à un pieu de bois, et près de cette

extrémité était attachée une cuiller d'argent ; qu'ils firent frapper par un autre; l'autre extrémité était pressée contre l'oreille, ou serrée entre les dents, en tendant le fil. Le son se fit entendre par le fil beaucoup plus vite que par l'air; la différence leur parut être presque d'une seconde ; ce qui semble être trop pour cette distance. Les expériences les plus intéressantes sur cet objet, sont celles de M. *Biot*, dont j'ai fait mention §§ 201 et 205, décrites dans le tome II des *Mémoires de la Société d'Arcueil*, p. 403. Il s'est servi pour ces expériences, des tuyaux d'un aqueduc de Paris, construits de métal de fonte, qui forment par leur assemblage une longueur de 951 mètres (488 toises) sans aucune interruption. Il a fait placer, dans le dernier tuyau, un anneau de fer de même diamètre que lui, portant à son centre un timbre et un marteau que l'on pouvait laisser tomber à volonté. On devait donc entendre à l'autre extrémité deux sons, l'un transmis par le métal, le second par l'air. En effet on les entendait très-distinctement, et le son s'était transmis par le métal dix fois et demie aussi vîte que par l'air. Il a encore vérifié ces expériences par deux montres, où, après un certain tems, on frappait un coup à chaque extrémité. M. Hassenfratz (*Traité de Physique par M. Haüy*, § 479) étant descendu dans une des carrières situées au-dessous de Paris, chargea quelqu'un de frapper avec un marteau contre une masse de pierre qui forme le mur d'une des galeries, pratiquées au milieu des carrières. Il dis-

tingua toujours deux sons, dont l'un, transmis par la pierre, arrivait plus tôt que l'autre, transmis par l'air ; mais il s'affaiblissait aussi beaucoup plus rapidement à mesure que l'observateur s'éloignait.

221.

L'*intensité de la propagation du son par des matières solides*, surpasse beaucoup celle qui se fait par l'air libre (§ 216). Les meilleures expériences sur cet objet, sont celles de M. *Perolle*, publiées dans les *Mém. de l'Acad. de Turin*, 1791—1792, et dans le *Journal de Physique*, *tome* XLIX, *p.* 382. Il s'est servi de matières différentes, dont l'une des extrémités était en contact à une montre, et l'autre avec une des parties fermes de la tête ; le son se fit entendre beaucoup mieux que si, l'oreille n'étant pas bouchée, le corps sonore était placé dans l'air à une distance beaucoup moindre. L'intensité de la propagation par des cylindres de différentes espèces de bois, parut décroître dans l'ordre suivant : 1° sapin, 2° campêche, 3° buis, 4° chêne, 5° cerisier, 6° marronnier. Les cylindres métalliques propagèrent le son en général un peu moins que les cylindres de bois. L'intensité parut suivre cet ordre : 1° fer, 2° cuivre, 3° argent, 4° or, 5° étain, 6° plomb. Les cordons le propagèrent avec moins de force que les corps solides, et l'intensité parut suivre cet ordre : 1° boyaux, 2° cheveux, 3° lin, 4° soie, 5° chanvre, 6° laine, 7° coton. Des morceaux de zinc, d'anti-

moine, de verre, de sel gemme, de gypse, d'argile désséchée, étaient aussi des bons conducteurs du son : le marbre s'est fait remarquer par le peu de force avec laquelle il a transmis les mouvemens.

Dans les expériences que j'ai faites sur cet objet, j'ai observé la plus grande intensité quand le son était propagé par des verges de verre ou par des tubes de thermomètre ou de baromètre, et par des verges de bois de sapin.

Il paraît que l'intensité dépend aussi de la forme du corps qui propage le son, si elle est plus ou moins propre à vibrer de manières différentes. Une verge ou lame propagera le son beaucoup mieux qu'une masse informe de la même matière.

Descartes a déjà remarqué (*in Epist. p.* 2, *ep.* 72), que l'intensité de la propagation du son par des corps solides, est plus grande que celle qui se fait par l'air, à cause de la cohésion plus grande de ces corps.

222.

On se sert de la résonnance de corps solides pour augmenter l'effet d'un corps sonore qui, sans ce moyen artificiel, aurait trop peu d'intensité. Le son d'une corde, tendue sur un morceau étroit de bois, appuyé nulle part, serait très-faible; c'est pourquoi on tend la corde sur une table mince de bois, pour augmenter l'effet par les vibrations que la corde communique à cette surface plus grande. De même le son très-faible d'un diapason ou d'une autre

fourche, est renforcé beaucoup, quand ce corps est appuyé sur une table de bois, ou sur un autre support assez étendu et élastique. Un pareil corps résonnant doit être regardé comme étant de dimensions peu déterminées, puisqu'il peut vibrer dans tous les espaces de tems possibles. Dans chaque son, renforcé par les vibrations communiquées à une surface plus grande, tout le corps résonnant est en mouvement, de manière qu'il se partage en des parties vibrantes alternativement en deçà et en delà, séparées par des lignes nodales, presque comme dans les vibrations propres des plaques, décrites dans la section VII de la Partie précédente. Si l'on veut qu'une table résonnante renforce tous les sons, surtout les graves, il faut qu'elle ne soit ni trop petite ni trop épaisse, et qu'elle soit assez élastique pour vibrer facilement de toutes manières. En observant exactement, on trouvera qu'une table résonnante renforce souvent quelques sons plus que quelques autres; ce renforcement inégal aura lieu, surtout si ces sons sont les mêmes que ceux que la table pourrait rendre, si elle-même était corps sonore. On pourra trouver les endroits qui sont plus ou moins en mouvement dans le renforcement d'un certain son, en appuyant un diapason, qui rend le même son, successivement à des endroits différens de la table; et en observant la différente intensité du son. Chaque caisse de bois pourra servir pour ces expériences. La différence d'intensité sera encore plus considérable, si l'on fixe ou si l'on ap-

puie un fil de fer pointu à différens endroits, pour produire les manières de vibrer, décrites dans les §§ 69 et 70.

Une table résonnante pourra renforcer plusieurs sons en même tems, en vibrant de différentes manières, dont l'une n'empêche pas l'autre (§ 164 — 176).

Maupertuis (dans les *Mém. de l'Acad. de Paris*, 1724) n'a pas bien expliqué le renforcement de tous les sons par la même table, en prétendant que chaque son n'ébranlait que quelques fibres douées d'une élasticité conforme à ce son.

223.

Un son transmis par l'air, ou par des matières solides, met en mouvement tous les corps qui peuvent vibrer dans les mêmes espaces de tems. Si dans le même instrument, ou dans des instrumens différens qui peuvent agir l'un sur l'autre par l'air ou par une continuation d'autres matières, deux cordes sont à l'unisson, et si l'une des cordes est mise en mouvement, l'autre fait aussi des vibrations; parce que dans chaque espace de tems où elle peut faire une vibration, elle est poussée de nouveau par les vibrations de l'autre. Le même phénomène aura lieu, si l'un de ces sons égaux, ou tous les deux, résultent de divisions de la corde en parties aliquotes. On pourra rendre visible la nature de ces vibrations, en mettant de petits papiers sur différens endroits de la corde (§ 37). Un autre son consonnant produira

aussi plus ou moins une telle résonnance, parce que l'un de ces corps, après un petit nombre de vibrations, est poussé de nouveau par une vibration de l'autre.

Un son assez fort ébranle quelquefois très-facilement les vitres, les parois, ou d'autres objets; cela arrive dans le cas où la nature du corps ébranlé lui permet de faire des vibrations dans le même espace de tems que le corps qui produit le son.

224.

Quelques auteurs, comme *Morhof* (*Stentor hyaloclastes, sive de scypho vitreo per vocis humanæ sonum rupto, Kil.*, 1683), et *Bartoli* (*Trattato del suono e de tremori armonici, Bologna*, 1780), racontent que des vases de verre, minces et convexes, furent cassés par une voix très-forte et soutenue, et que ce phénomène était précédé d'un frémissement très-fort. Le son de la voix devait alors être le même, ou l'octave de celui qui convenait au vase. On m'a aussi communiqué un endroit du *Talmud* (*Bawa Kama*, 18) qui contient des discussions sur l'indemnité qu'on peut exiger quand un vase est rompu par la voix d'un animal domestique; ce qui donne lieu de présumer, que si un cas semblable n'était jamais arrivé, on n'aurait pas conçu l'idée de s'occuper de discussions sur cet objet.

Je ne doute pas que des vases de verre n'aient quelquefois été cassés par des ébranlemens très-forts de l'air contigu ; mais je soupçonne que l'aubergiste qui, d'après *Morhof*, a fait souvent cette expérience devant beaucoup de spectateurs, l'aura facilitée en faisant une petite gerçure, presqu'imperceptible à l'œil, au bord du vase, dans l'intention, d'exciter la curiosité et d'attirer du monde à son auberge. Toutes les fois que je produisais les vibrations d'une plaque ou d'un vase de verre par un archet de violon, il se cassait très-facilement, s'il y avait quelque part la moindre désunion des parties.

QUATRIÈME PARTIE.

DE LA SENSATION DU SON, OU DE L'OUÏE DES HOMMES ET DES ANIMAUX.

QUATRIÈME PARTIE.

DE LA SENSATION DU SON, OU DE L'OUÏE DES HOMMES ET DES ANIMAUX.

SECTION PREMIÈRE.

DE L'OUÏE HUMAINE.

A. *De la structure et des fonctions des organes de l'ouïe.*

225.

L'OUÏE est la sensation que les vibrations produisent dans l'oreille. Les impressions des vibrations peuvent être transmises par une matière quelconque, mais l'air est le conducteur ordinaire qui les transmet au nerf auditif par les parties extérieures et intérieures de l'oreille.

226.

Les organes de l'ouïe sont situés aux deux côtés de la tête, dans une portion de l'*os temporal* qui, à

cause de sa dureté, est nommée le *rocher*. Les parties qui constituent ces organes, sont l'*oreille externe*, le *méat auditif*, la *caisse du tympan* et le *labyrinthe*. Ce dernier est destiné pour la sensation même, et les autres parties ne servent qu'à communiquer au labyrinthe les impressions des ébranlemens sonores de l'air.

227.

L'*oreille extérieure* (ou l'*auricule*) est un cartilage d'une forme presque demi-ovale, qui paraît destiné à renforcer le son. Cette partie consiste dans un pavillon qu'on appelle *conque*, et quelques éminences, savoir, le bord extérieur replié, qu'on appelle *helix*, une éminence presque parallèle à l'helix en arrière, qui ensuite traverse l'oreille obliquement, nommée *anthelix*, une éminence, située au devant du méat auditif, nommée *tragus*, et une autre plus petite au-delà du méat auditif, qu'on appelle *anti-tragus*. La partie inférieure de ce cartilage est terminée par un *lobule* rempli de graisse. Quelques muscles semblent être destinés à mouvoir l'oreille extérieure; mais il y a très-peu d'individus qui puissent s'en servir pour cet effet, peut-être parce qu'on en perd l'habitude dès la première enfance, à cause de la pression des couvertures de la tête.

228.

Le *méat auditif* est en partie *cartilagineux*, en partie *osseux*. Le pavillon de la conque devient tubu-

leux, et continue ainsi jusqu'à la partie osseuse, terminée par le tympan, membrane qui reçoit immédiatement les impressions des ébranlemens de l'air, pour les transmettre dans l'oreille intérieure. La figure du tympan est irrégulièrement conique, sa concavité est dirigée en dehors et sa pointe en dedans. Il est attaché à un cercle osseux qu'on appelle son *cadre*.

229.

Entre le tympan et le labyrinthe se trouve la *caisse du tympan*, cavité irrégulière, presqu'hémisphérique, remplie d'air, et communiquant avec la bouche par un canal nommé *trompe d'Eustache*. La paroi qui est vis-à-vis du tympan, présente une saillie oblique, nommée le *promontoire*. Au-dessus de cette saillie se trouve une ouverture du labyrinthe, qu'on appelle *fenêtre ronde*, fermée par une membrane; au-dessous il y a une autre ouverture du labyrinthe, la *fenêtre ovale*, qui sert pour que les impressions des vibrations sur le tympan soient communiquées au labyrinthe par une machine intermédiaire très-mobile, composée de quatre osselets, le *marteau*, l'*enclume*, l'*os lenticulaire* et l'*étrier*.

Le *marteau* est formé d'un *manche* alongé et mince, dont l'extrémité adhère au tympan; et d'une *tête* qui fait un angle avec le manche, et qui s'articule avec l'enclume. La partie un peu plus mince de la tête s'appelle le *col:* on distingue deux apophyses, l'*apophyse courte* et l'*apophyse grêle;* celle-

ci peut être regardée comme le point fixe de ce levier. L'*enclume* est d'un côté articulée avec la tête du marteau, et la partie opposée a deux apophyses, dont l'une sert de point d'appui, et l'autre s'articule par l'*os lenticulaire* avec l'*étrier*. La figure de celui-ci ressemble à celle d'un étrier à monter à cheval, il fait un angle presque droit avec l'enclume; sa base mobile ferme la fenêtre ovale du labyrinthe, dont il ébranle l'intérieur par sa pression. Le marteau est pourvu de trois muscles, l'étrier d'un seul; l'enclume n'en a point.

Il paraît que cet appareil sert pour entendre plus parfaitement, mais il y a des exemples où l'on a entendu après la destruction de ces organes (d'après *Astley Cooper*, dans les *Philosoph. transact.* 1800, volume 1, n° 8); on a même guéri quelquefois (pour peu de tems) la surdité, par la perforation du tympan, comme, par exemple, M. Hunold à Cassel. Dans ces cas le son paraît être transmis au labyrinthe par l'action immédiate de l'air sur la membrane de la fenêtre ronde que Scarpa appelle *membrane secondaire du tympan*.

230.

Le *labyrinthe*, nommé ainsi à cause de ses canaux compliqués, est la partie intérieure des organes de l'ouïe, étroitement enveloppée par la substance du rocher de l'os temporal. Il contient la substance

du nerf auditif, différemment répandue en membranes et fibres dans une eau gélatineuse. Ses parties sont les trois *canaux semi-circulaires*, le *vestibule* et le *limaçon*.

Les *canaux semi-circulaires*, dont deux, qui s'unissent à l'une des extrémités, sont verticaux, et le troisième presqu'horizontal, contiennent des canaux semblables membraneux, dont chacun a un renflement en forme d'ampoule : ces canaux membraneux, en sortant des canaux osseux, se réunissent dans la cavité qu'on appelle le *vestibule*, et forment un sac, nommé *sac commun du vestibule*. Un autre sac plus petit, séparé de celui-ci, s'appelle *sac propre du vestibule*. Le *limaçon*, en partie osseux, en partie membraneux, se contourne autour d'un axe conique en une spirale qui fait deux tours et demi, et qui diminue en sorte que le limaçon s'approche de la forme globuleuse. L'une de ses deux rampes aboutit à la fenêtre ronde qui donne dans la caisse du tympan ; l'autre va au vestibule, qui communique lui-même avec la caisse par la fenêtre ovale.

231.

Le *nerf auditif* est très-court, et paraît naître d'une bande grisâtre placée en travers sur le faisceau postérieur du pédicule du cervelet. Il entre, tordu sur lui-même, dans le labyrinthe, par le *canal auditif interne*, et se divise en quatre faisceaux, dont deux se rendent aux ampoules des canaux se-

mi-circulaires; un troisième, situé entre les deux précédens, se répand dans le vestibule; et le quatrième, qui est la continuation du tronc, se distribue dans le limaçon en des filets très-nombreux.

Le *nerf facial* qui entre avec le nerf auditif au fond du même canal, donne des filets aux muscles du marteau et de l'étrier et forme la *corde du tympan*, filet nerveux, nommé ainsi, parce qu'il est placé sous cette membrane, comme la corde qui traverse celle d'un tambour.

232.

L'impression du son se fait donc de la manière suivante. Les vibrations de l'air agité par le corps sonore ébranlent le tympan, celui-ci met en mouvement les osselets contenus dans la caisse, qui agissent l'un sur l'autre comme des leviers, et la base de l'étrier imprime ces ébranlemens par la fenêtre ovale à l'eau gélatineuse, qui remplit tout le labyrinthe. Les tremblemens du tympan ébranlent aussi l'air contenu dans la caisse, qui transmet ces impulsions à la fenêtre ronde, de manière que l'impression se fait de deux manières en même tems. Le nerf auditif, dont la substance est répandue dans tout le labyrinthe, transmet ces impressions au cerveau, comme au centre commun de toutes les sensations.

233.

On entend aussi le son propagé par des matières liquides ou solides, surtout quand l'ébranle-

ment est communiqué aux parties solides de la tête, qui le transmettent au nerf auditif, comme cet objet est exposé dans la section II de la Partie précédente. L'impression est plus forte que celle du son propagé par l'air, et communiqué à l'oreille de la manière ordinaire. L'effet (ou le timbre) est composé du timbre originaire, et de celui que la matière propageante lui imprime.

M. *Perolle* a fait beaucoup d'expériences sur l'ouïe qui s'exerce par différentes parties; elles sont publiées dans les *Mém. de la Société de Medécine;* un extrait de son Mémoire se trouve dans le *Journal de Phys., nov.* 1783. Les parties solides de la tête transmirent les battemens d'une montre appuyée à ces parties, mieux que celles qui étaient garnies de beaucoup de chair. Les dents, surtout les incisives, étaient très-sensibles, comme aussi quelques ossemens du crâne, les premieres vertèbres du col, etc. Les parties molles de la bouche, et les parties cartilagineuses du nez ne donnèrent aucune marque de sensibilité. Quand la montre était mise dans la bouche, le son ne se propageait pas par la trompe d'Eustache.

Un son assez fort, par exemple, si un timbre est frappé, se fait aussi entendre faiblement par l'action de l'air sur les parties solides de la tête, quand les oreilles sont bouchées.

234.

Les impressions des ébranlemens communiqués aux deux fenêtres du labyrinthe agissent sur toute la masse d'eau que le labyrinthe contient, comme en général chaque pression sur un fluide se répand par toute la masse, de manière que chaque molécule soit pressée avec la même force (d'après *Euler, de statu æquilibrii fluidorum, in Comment. Acad. Petrop. tom.* XIII et d'*Alembert* dans son *Traité de l'Équilibre et du mouvement des fluides, Paris,* 1744). On peut donc supposer que cette pression agit aussi sur toute la substance nerveuse que le labyrinthe contient; de sorte qu'il n'est pas conforme à la nature de prétendre que chaque son n'agit que sur quelques parties. Mais ces impressions sur toute la substance peuvent se faire de manières infiniment différentes, et si plusieurs sons se font entendre à la fois, tous les mouvemens nécessaires pour cet effet se font en même tems sans empêchement de l'un par l'autre, comme la même chose a lieu dans toutes les espèces de mouvement. Il paraît que le labyrinthe est organisé d'une manière aussi compliquée pour faciliter d'autant plus toutes sortes d'impressions.

235.

Parmi les auteurs plus anciens, *Cassebohm, Valsalva, Morgagni, Duvernei*, etc., ont fait des recherches importantes sur les organes de l'ouïe humaine; mais pour

pour s'instruire de l'état actuel des connaissances sur cet objet, on pourra consulter les ouvrages suivans :

Anton. *Scarpa Anatomicæ disquisitiones de auditu et olfactu. Pavie*, 1789, le premier ouvrage qui expose la vraie organisation du labyrinthe.

Andr. *Comparetti Observat. anatom. de aure internâ comparatâ, Patav.* 1789.

Leçons d'Anatomie comparée, de G. Cuvier, tom. II.

Les *Tables anatomiques* de *Loder* contiennent des représentations des organes de l'ouïe, tab. 54, 55, 161, 162.

Abbildungen des Gehôrorgans (Représentations de l'organe de l'ouïe) par *Sœmmering, Francfort*, 1806.

C. F. L. *Wildberg, über die Gehörwerkzeuge des Menschen* (sur les Organes auditifs de l'homme). Jena 1795. Ouvrage utile pour s'instruire de la physiologie et de la pathologie de ces parties.

Alex. *Monro Observations on the nerveous system.* Contient des observations microscopiques sur la structure des nerfs du limaçon.

B. *Des objets de l'ouïe.*

236.

Tous les ébranlemens assez rapides et assez forts pour agir sur les organes auditifs, produisent la sensation d'un son. La raison pourquoi des vibrations moins rapides n'excitent pas cette sensation,

paraît tenir à ce qu'ordinairement ces vibrations n'ont pas la force nécessaire pour cet effet : car pour entendre des vibrations lentes aussi bien que des vibrations plus rapides, il faut (d'après *Giord. Riccati delle corde ovvero fibre elastiche, Schediasm.* VI) que l'intensité de chaque vibration simple soit en raison de sa durée, ou (pour l'exprimer d'une autre manière), que dans des sons différens l'intensité des vibrations soit en raison renversée du nombre des vibrations qui se font dans le même espace de tems. Par cette raison, et à cause de la différente organisation de chaque individu et de chaque espèce d'animaux, il n'existe pas des limites absolues de la perceptibilité des sons.

Il paraît que même un coup simple assez fort peut quelquefois être entendu, comme dans une explosion, dans un coup de fouet, ou dans une irruption subite de l'air dans un espace vide. On peut cependant présumer qu'un coup simple pourra causer quelques vibrations irrégulières dans les corps solides et dans l'air qui s'appuie à différens obstacles : c'est peut-être par cette raison, que souvent un tel coup simple ne se fait pas entendre en un seul moment, mais avec quelque résonnance, comme, par exemple, le tonnerre.

Un mouvement progressif, ou en général un mouvement qui n'est pas vibratoire (§ 1), ne se fait pas entendre, à moins qu'il ne se produise des vibrations dans l'air ou dans d'autres matières. Dans le passage

rapide d'un boulet de canon ou d'une balle de fusil par l'air, on entend un sifflement dont le ton, quand il est appréciable, paraît dépendre de la grandeur du corps. Le déplacement des parties d'air qui se trouvent dans la direction du mouvement, l'irruption de l'air derrière ce corps, et le frottement sur l'air qui se trouve aux côtés, excitent des vibrations plus ou moins régulières dans l'air, comme le frottement en produit aussi dans les matières solides. Quand on frappe rapidement l'air avec une verge ou un bâton, il se produit aussi un sifflement ou bourdonnement: autant que le ton a été appréciable, il m'a paru dépendre surtout de la largeur de la surface qui déplace l'air.

237.

Quand on entend deux ou plusieurs sons en même tems, ou l'un après l'autre, l'oreille a la sensation des vîtesses relatives des vibrations (§ 6), et de leurs coïncidences (§ 177). Les mouvemens agissent sur l'oreille, comme les formes sur l'œil; nous ne calculons pas les rapports mêmes; mais la nature calcule pour nous, en faisant parvenir à notre sensation les résultats de ces rapports. Un usage exclusif des rapports consonnans, qui, à cause de leur simplicité, plaisent par eux-mêmes, causerait trop de monotonie: il faut donc se servir aussi de rapports dissonans, qui, étant plus compliqués, ne

sont agréables, que quand ils se rapportent et quand ils passent à d'autres plus simples. L'effet plus ou moins agréable de rapports fort compliqués, n'est pas le même sur tous les individus; il dépend des différences de l'organisation et de l'habitude ; ainsi, par exemple, un chœur fugué d'Haendel, qui ravit les connaisseurs, ne sera qu'un bruit confus pour ceux qui ne savent pas suivre la marche de plusieurs voix en même tems.

Descartes (*epist.* 111) s'exprime très-bien sur les effets des consonnances et des dissonances: *Inter objecta sensus illud non animo gratissimum est, quod facile sensu percipitur, neque etiam, quod difficillime, sed quod non tam facile, ut naturale desiderium, quo sensus feruntur in objecta, planè impleat, neque etiam tam difficulter, ut sensus fatiget.*

Les mesures des effets plus ou moins agréables des rapports qu'*Euler* donne dans son *Tentamen novæ theoriæ musicæ* sont peu conformes à l'expérience.

238.

L'oreille ne distingue pas les différences très-petites des rapports exacts entre les sons : elle a plutôt la sensation du rapport plus simple, duquel celui qu'elle entend effectivement, ne diffère que très-peu (§§ 20 et 25). Sans cette illusion il n'existerait point de musique (§ 21).

Les différentes vîtesses absolues des vibrations font l'impression d'un son plus ou moins grave ou

aigu; mais les nombres mêmes ne peuvent pas être apperçus par l'oreille, parce que, même dans les sons les plus graves, les vibrations se suivent trop rapidement, pour les distinguer (§ 5). On peut compter dans une seconde de tems au plus, jusqu'à 8 ou 9; mais les sons les plus graves qu'on peut entendre, font au moins 30 vibrations par seconde. Tous les sons appréciables ou perceptibles pour nous, sont contenus à peu près dans 9 octaves; mais nous ne savons pas s'il y a des êtres vivans, auxquels des vibrations beaucoup plus lentes ou plus rapides soient perceptibles comme sons distincts.

239.

La forme du corps sonore et la manière de vibrer ne pourra être déterminée par l'ouïe que dans très-peu de cas. Le son fondamental d'une corde pourra être distingué des sons des parties aliquotes par la coexistence d'autres sons avec le son fondamental, et par le son plus doux des divisions en des parties aliquotes. Mais on ne pourra jamais distinguer par l'ouïe le plus ou moins grand nombre de parties dans lesquelles une corde se partage, si l'on ne connaît pas les qualités de cette corde. De même, en entendant le son d'une plaque, comme dans les expériences exposées dans la section VII de la partie 2, on ne pourra pas juger d'après l'ouïe, ni de la forme de la plaque, ni de sa manière de vibrer, excepté que les sons des figures où l'intérieur est environné de lignes nodales, sont plus sonores que ceux des

figures où il n'y a que des lignes divergentes vers le bord.

240.

Le différent timbre du son et ses articulations sont au nombre des objets les plus remarquables de l'ouïe. Elles ne paraissent pas dépendre des manières de vibrations, ni (ou très-peu) de la forme du corps sonore, mais plutôt (§ 31) de la matière du corps sonore et de celle du corps par lequel il est frotté ou frappé, comme aussi de la matière qui propage le son. Nous n'avons pas la moindre idée de la nature de ces différens caractères du son, ni de leur propagation.

241.

On n'a pas une sensation directe de la distance de l'endroit où le son est produit; mais l'intensité sert souvent pour en juger selon certaines mesures qu'on s'est faites d'après l'expérience. Une augmentation de l'intensité fait croire que l'objet qui produit le son, approche, et la diminution de l'intensité fait présumer qu'il s'éloigne.

242.

Les meilleures recherches sur la manière dont la direction du son peut être déterminée par l'oreille, sont celles de *Venturi*, (*Magazin de Voigt, tom.* 2, *cah.* 1). Si, l'une des oreilles étant bouchée et les yeux bandés, on reste toujours dans la même posi-

tion, le son, quel que soit l'endroit où il est produit, paraît toujours venir du côté de l'oreille ouverte; l'objet qui le produit paraît être dans l'axe acoustique de l'oreille. Quand l'intensité du son restant la même, la tête est tournée successivement vers tous les points de l'horizon, on entendra le son plus ou moins fortement, suivant que l'axe acoustique de l'oreille ouverte s'approche ou s'éloigne de la direction du son; on pourra donc juger de la direction du son par l'effet du son sur une oreille. Quand les deux oreilles sont ouvertes on pourra déterminer la direction par les inégalités de l'effet sur l'une et l'autre oreille, excepté quand la position de celui qui écoute, restant la même, le son est produit en avant ou en arrière, ce qui ne peut pas être distingué. Il paraît que les animaux tournent quelquefois les oreilles vers différens côtés pour s'informer de la direction du son.

SECTION II.

De l'ouïe de différens animaux.

243.

En comparant les organes auditifs des hommes avec ceux de différens animaux, on trouve que dans tous les animaux où l'on en a découvert, les organes essentiellement nécessaires pour entendre consistent en une pulpe gélatineuse, enveloppée d'une membrane très-fine et élastique, dans laquelle se résolvent les extrémités du nerf auditif. Quelques autres parties, destinées pour renforcer ou pour modifier le son, ne se trouvent pas dans tous les animaux, et leur structure varie beaucoup.

244.

Les organes auditifs les plus simples ont été observés dans quelques crustacés. Dans les écrevisses il se trouve à la base des antennes un cylindre écailleux, dont la substance est plus dure que celle de la tête. L'extrémité extérieure de ce cylindre est fermée par une membrane élastique que *Minasi* (*de 'timpanetti dell' udito scoperti nel Granchio Paguro*, *Nap.* 1775), et *Fabricius* (*Nov. Act. Hafniens.* 1783),

prennent pour le tympan, et *Scarpa*, pour la membrane de la fenêtre ronde. La cavité de ce cylindre contient une bourse membraneuse remplie d'eau gélatineuse, dans laquelle se trouve la substance du nerf auditif, qui entre par l'extrémité intérieure, et qui a la même origine que les nerfs des antennes. A cause de la membrane extérieure il paraît que ces organes sont destinés pour entendre non moins dans l'air que dans l'eau. *Comparetti*, qui décrit ces organes en détail, a aussi trouvé dans le *cancer hastatus* un osselet auditif en forme d'un clou, enveloppé de membranes; la pointe de cet osselet était dirigée en dedans. Dans quelques insectes Comparetti croit aussi avoir observé des petites bourses ou des tubes transparens enveloppés dans une membrane très-fine, qui paraissent être des organes auditifs, par exemple dans des scarabées, sauterelles, papillons, phalènes, frelons, abeilles, mouches, fourmis, araignées, etc.

245.

On n'a pas encore découvert des organes auditifs dans aucune espèce de mollusques, ni de vers, excepté dans les seiches (*sepia*), dans les poulpes (*octopus*) et dans les calmars (*loligo*). Ils sont aussi simples que ceux des écrevisses, et approchent de ceux des poissons. Dans le cartilage annulaire, qui sert de base aux pieds ou tentacules, il y a deux cavités irrégulièrement ovales, séparées par une paroi.

Chacune de ces cavités contient une bourse remplie d'une pulpe gélatineuse, dans laquelle est suspendu un petit corps, dont la substance est osseuse dans la seiche, et semblable à de l'amidon dans le poulpe. Le son ne parvient à la sensation que par des ébranlemens de la tête.

246.

Les poissons à branchies libres n'ont point de fenêtre extérieure ; ils n'entendent donc que par des ébranlemens de la tête. Leur labyrinthe contient trois canaux semi-circulaires qui aboutissent à un sac ; chacun de ces canaux a un renflement en forme d'ampoule, près de l'endroit où il pénètre dans le sac, et deux de ces canaux se réunissent, de sorte qu'il n'y a que cinq ouvertures pour la communication avec le sac, comme tout cela se trouve aussi dans les autres classes supérieures d'animaux. Le sac contient, outre la pulpe gélatineuse, des pierres ou des osselets, dont le nombre (d'un à trois), la forme et la dureté varient beaucoup, suspendus par un grand nombre de fibrilles nerveuses. Tous ces organes sont renfermés dans la même cavité que le cerveau, et les os ne leur présentent que quelques enfoncemens.

Dans les poissons à branchies fixes ou *chondroptérygiens*, tels que les raies et squales, on trouve les mêmes parties que dans les précédens, mais disposées d'une manière différente. Ils ont aussi une ouverture qu'on peut regarder comme une fenêtre

ronde, fermée par une membrane mince et couverte par la peau ordinaire. Les osselets ou pierres que le sac contient, ont moins de consistance que ceux des précédens. Le labyrinthe entier est renfermé dans une cavité particulière, qui ne communique avec celle du cerveau, que par les trous qui donnent passage aux nerfs. Les organes auditifs de ces poissons semblent être intermédiaires entre ceux des précédens et ceux des reptiles.

247.

Dans les *reptiles* l'organe auditif est composé des mêmes parties que celui des poissons, mais quelques espèces ont une partie de plus.

Les *salamandres* ont trois canaux et un sac qui contient une pierre de la consistance d'amidon; l'organe est renfermé dans le crâne, comme dans les poissons à branchies libres. Leur fenêtre ovale est fermée par un petit couvercle cartilagineux.

Les *serpens* ont les mêmes parties, et une fenêtre ovale couverte de la platine concave d'un osselet, dont l'extrémité extérieure touche à la peau près de l'articulation de la mâchoire inférieure. La *caecilia américaine* a aussi une espèce de tympan auquel cet osselet communique, et une trompe d'Eustache.

Les *grenouilles*, les *crapauds*, les *lézards* et les *tortues* ont les mêmes parties que les poissons, mais aussi une caisse, un tympan (à l'exception du caméléon et de quelques autres espèces), une trompe

d'Eustache, un osselet, et un vestige de limaçon. La forme et la disposition de ces parties varie beaucoup.

248.

Dans les *oiseaux* les organes auditifs ressemblent un peu à ceux des reptiles terrestres, excepté qu'ils n'ont pas des pierres, mais un limaçon moins tordu que celui des hommes et des quadrupèdes. La fenêtre ovale est fermée par un osselet qui communique au tympan; ils ont aussi une fenêtre ronde, de manière que le son se transmet dans le labyrinthe de deux manières. La caisse communique avec trois grandes cavités fermées de lames osseuses, minces et élastiques, qui paraissent servir pour renforcer l'action du son sur le labyrinthe.

249.

Dans les *mammifères* on trouve les mêmes organes auditifs que dans l'homme, et tels qu'ils ont été décrits dans la section précédente, mais les dimensions, la forme, et la distribution ne sont pas les mêmes dans tous ces animaux. Les *cétacés* ont les mêmes organes que les autres mammifères, mais le limaçon est fort grand et peu élevé, les canaux sont très-minces, et la lame osseuse qui forme la caisse, est comme roulée sur elle-même en forme d'une coquille. En général le labyrinthe des mammifères est moins grand que celui des oiseaux.

250.

Les organes les plus nécessaires pour entendre se trouvent donc dans tous les animaux examinés jusqu'à présent, mais quelques organes accessoires, destinés pour entendre plus parfaitement, ne se trouvent que dans quelques classes d'animaux.

Quant au *labyrinthe*, comme au siége principal de l'ouïe, les écrevisses et les seiches ne paraissent avoir que le *vestibule*, et les organes de quelques insectes, qui paraissent être destinés pour entendre, ne sont pas assez connus pour les comparer avec l'organe auditif d'autres animaux. Toutes les autres classes d'animaux ont, outre le vestibule, *trois canaux* qui se dilatent en ampoules avant de se réunir dans le sac du vestibule. Les animaux à sang chaud ont un limaçon, et les autres, des osselets ou des pierres suspendues dans le sac du vestibule. Dans la plupart des animaux la substance du nerf auditif paraît être disposée de deux manières, dans les canaux et dans le sac, en forme pulpeuse, et dans les autres parties en forme fibreuse.

La *fenêtre ronde* se trouve dans tous les animaux qui ont un limaçon.

La fenêtre *ovale* se trouve dans tous les animaux (excepté les insectes et les seiches); dans quelques animaux elle est fermée par un couvercle osseux ou cartilagineux, et dans d'autres par un osselet. Les deux fenêtres ne sont pas toujours d'une forme ovale et ronde, il sera donc plus convenable de les nommer *fenêtre vestibulaire* et *cochléaire*.

Une *caisse* et une *trompe d'Eustache* ne se trouvent que dans les animaux qui ont un *tympan*. Celui-ci manque aux insectes, aux vers, à quelques serpens, et aux salamandres. Dans les mammifères il est concave en dehors, et dans les oiseaux et quelques reptiles il est convexe. La caisse des mammifères contient quatre *osselets*, les oiseaux et les reptiles n'en ont qu'un.

Le *méat auditif* ne se trouve que dans les mammifères et dans les oiseaux, et *l'oreille externe* ne se trouve que dans la plupart des mammifères.

251.

Les principaux auteurs qui ont publié des observations sur les organes auditifs des différens animaux, sont :

Ant. Scarpa, *in anatom. Disquisit. de auditu et olfactu, Ticin.* 1789.

And. Comparetti, *in Observat. anatom. de aure internâ comparatâ, Patav.* 1789.

Leçons d'Anatomie comparée, de G. *Cuvier*. La leçon XIII, de l'organe de l'ouïe, contient beaucoup de nouvelles recherches.

P. *Camper* a publié des observations sur les organes auditifs des poissons et des cétacés, dans les Mémoires présentés à l'Acad. de Paris, tom. VIII, page 177; et dans les Mémoires de la Société de Haarlem (*Verhandlingen der Haarlemer Maatschappye*), tom. VII, p. 1, t. IX, p. 3, et t. XVII, p. 2.

Ces Mémoires de Camper sont aussi traduits en allemand (*Kleine Schriften, tom. I et II*), mais dans la traduction française de ses Œuvres en trois tomes, ils ne se trouvent pas.

John *Hunter* a décrit les organes des poissons dans les *Philosoph. transact.*, tom. 72.

The structure and physiology of fishes explained and compared with those of man and other animals, by Alex. Monro, *Edinburg*, 1785. Les chap. VIII, IX et X contiennent beaucoup de recherches sur les organes de l'ouïe des cétacés, des seiches, des poissons et des tortues marines. Une traduction allemande de cet ouvrage, par J. G. *Schneider*, avec des annotations de P. Camper, a paru à Leipzig, 1787.

Geoffroy, sur l'Organe de l'ouïe de l'homme, des reptiles et des poissons, à Amsterdam et à Paris, 1778. Ce Mémoire se trouve aussi dans le tome II des Mémoires présentés à l'Acad. des Sciences de Paris; une traduction allemande a paru à Leipzig, 1780.

Köhlreuter, dans les *Nov. Comment. Acad. Petrop.*, tom. XVII.

FIN.

INSTITUT DE FRANCE.

CLASSE

DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

PRIX DE MATHÉMATIQUES.

Les premières recherches sur le son datent d'une haute antiquité; on attribue à Pythagore la découverte des rapports entre les longueurs des cordes qui rendent différens tons; mais cette partie des sciences physico-mathématiques n'a acquis des développemens et n'a fait des progrès remarquables que depuis la fin du 17e siècle.

C'est à *Sauveur*, élu membre de l'Academie des Sciences de Paris en 1696, qu'est due la gloire d'avoir fait de la théorie des cordes vibrantes et de son application à la musique, une des branches importantes de la physique, et de l'avoir liée à la mécanique. Ce savant a trouvé, ou du moins rendu sensible par des expériences très-ingénieuses, la division de la corde sonore en plusieurs *ondes* séparées par des *nœuds* ou points de repos, qui a lieu dans certaines circonstances; il a ajouté à la connaissance qu'on avait des relations entre les nombres de vibrations et les tons, la détermination des nombres absolus de vibrations qui constituent chaque ton, conclue d'abord d'expériences fines et curieuses, et comparée ensuite avec des

formules analytiques qu'il a déduites de la théorie des centres d'oscillations [*Mémoires de l'Académie*, *année* 1713] (1).

Taylor dans son *Methodus incrementorum*, publié en 1717, a traité le problème d'une manière plus approfondie, sous le point de vue analytique, en supposant que les forces qui animent les points matériels du système sont proportionnelles à leurs distances à la droite menée entre les points fixes, et que, par conséquent, ces points arrivent tous ensemble à cette droite. Vingt ou trente ans après, Daniel Bernoulli a ajouté beaucoup de développemens à la théorie de Taylor; mais la solution générale et rigoureuse du problème est due à d'Alembert et Euler; ces grands géomètres ont les premiers employé l'équation différentielle du mouvement de la corde sonore qui est aux différences partielles et du deuxième ordre. Cette équation a été trouvée d'abord et intégrée par d'Alembert; mais Euler a mieux senti que lui toute la généralité de l'intégrale : un des géomètres de la Classe a ensuite publie sur le même sujet, des mémoires où la matière est traitée avec la clarté et la profondeur qui caractérisent toutes ses productions.

Une équation de même nature et de même ordre que celle de la corde vibrante, s'applique aux oscillations de l'air dans les tuyaux; l'ordre de l'équation ne change pas lorsque du cas linéaire, traité d'abord par Lagrange, et qu'Euler semble avoir ensuite épuisé, on passe au cas des deux et trois dimensions, dont Euler et d'autres grands géomètres se sont aussi occupés, et sur lequel M. Poisson a lu récemment à la Classe un très-beau mémoire qu'elle a couronné de son suffrage.

L'ordre de l'équation différentielle du mouvement tient, dans les problèmes dont nous venons de parler, à la manière dont on envisage les effets de l'élasticité dans les corps

---

(1) Voyez page 363, le rapport imprimé à la suite de ce programme.

qui sont animés de ce mouvement. Ainsi, par exemple, s'il s'agit de la corde sonore à laquelle on a donné une certaine tension entre deux de ses points rendus immobiles, l'élasticité de cette corde, qu'on suppose sans rigidité naturelle, ne peut avoir lieu que dans le sens de sa longueur, et alors l'effet de cette élasticité lorsqu'on alonge un peu la corde en l'infléchissant, consiste à lui donner une tendance continuelle à se remettre dans la situation rectiligne entre les deux points fixes. Si on suppose qu'un de ces points d'immobile est rendu libre, la corde parfaitement flexible n'est plus capable de produire aucun phénomène acoustique.

Les choses se passent tout autrement, si la corde devient un *ressort* proprement dit, tel qu'affectant naturellement une certaine forme, lorsque tous ses points sont libres, ils reviennent toujours à cette même forme, lorsqu'elle aura été changée par des forces extérieures et que le ressort n'aura pas plus d'un point fixe.

Dans ce dernier cas, et en se bornant si on veut à un seul point fixe, la verge ou lame à ressort, mise en vibration, rendra un son perceptible, si le nombre des oscillations est au moins de vingt-cinq par seconde; mais l'équation différentielle du mouvement, qui était du deuxième ordre dans les cas de la corde flexible et tendue, se trouve être dans celui de la verge *à ressort* du quatrième ordre; le premier problème peut être regardé comme un cas particulier du deuxième, en faisant abstraction du *ressort*, mais l'inverse n'a pas lieu.

Cette différence essentielle entre les questions de mouvement, considérées sous chacun de ces points de vue, dans le simple cas linéaire, fait concevoir sur-le-champ qu'on doit trouver des différences de même espèce, et surtout une grande augmentation de difficultés, lorsqu'on veut introduire deux dimensions dans le calcul. Les phénomènes acoustiques qu'offrent les membranes ou les peaux tendues des tambours et des timbales, se rapportent à ceux de la corde tendue,

et sans rigidité naturelle, les vibrations des plans ou lames métalliques sont dans la classe de celles des verges à ressort.

Euler, dans son mémoire *de Motu vibratorio tympanorum*, a cherché à ramener le mouvement vibratoire des *membranes* tendues à celui de la corde non rigide, en considérant ces membranes comme des tissus composés de fils qui se croisent à angle droit. Un des géomètres de la Classe a publié dans un de nos volumes, des recherches sur cette matière où il envisage la question sous le même point de vue; l'équation différentielle du mouvement, partielle du deuxième ordre, ne peut pas s'intégrer, du moins en termes finis.

Le même Euler, dans son mémoire *de Sono campanarum*, a aussi tenté de ramener les vibrations des surfaces rigides de révolution à celles des anneaux ou lignes circulaires à ressort, en considérant ces surfaces comme des assemblages de pareils anneaux situés dans des plans perpendiculaires à l'axe de révolution, et en supposant que l'effet des vibrations consiste dans les variations de longueurs de leurs diamètres. Il arrive à une équation aux différences partielles du quatrième ordre, ainsi que le comporte la nature de la question, qui ne peut pas s'intégrer en termes finis.

Voilà tout ce que les géomètres ont pu faire sur les problèmes des corps sonores, considérés dans le cas de deux dimensions, et en y introduisant même des simplifications qui, on ne peut se le dissimuler, changent l'état naturel des choses, de manière que les résultats de l'analyse n'y peuvent point être applicables.

Ces simplifications hypothétiques sont surtout inadmissibles lorsqu'il s'agit des surfaces vibrantes métalliques, ou jouissant d'une élasticité naturelle; prenant le cas le plus simple qui est celui du plan, il est manifeste qu'on ne peut pas lui appliquer la supposition d'Euler sur les surfaces de révolution qui réduirait les vibrations à de simples changemens de formes des courbes qu'on peut tracer sur ce plan.

On n'a donc pas même les équations différentielles du mou-

vement pour cette espèce de vibrations, en envisageant leurs phénomènes tels que la nature les donne, et la seule recherche de ces équations offrirait aux géomètres un sujet de méditation très-intéressant, qui pourrait également contribuer aux progrès de la physique et à ceux de l'analyse.

On se trouve heureusement, relativement aux vibrations des surfaces élastiques, dans une position pareille à celle où Sauveur a mis les physiciens et les géomètres, au commencement du 18ᵉ siècle, relativement aux vibrations de la corde tendue. M. Chladni s'est occupé depuis plusieurs années de l'examen des phénomènes acoustiques qu'offrent les lames élastiques; il a découvert et rendu perceptibles, d'une manière très ingénieuse, dans ces lames, *des nappes vibrantes* analogues aux *ondes* des cordes de Sauveur, et des courbes *d'équilibre* ou de *repos* auxquels correspondent les *nœuds* ou *points de repos* des mêmes cordes.

Sa Majesté l'EMPEREUR ET ROI qui a daigné appeler M. Chladni auprès d'elle et voir ses expériences, frappée de l'influence qu'aurait sur les progrès de la physique et de l'analyse, la découverte d'une théorie rigoureuse qui expliquerait tous les phénomènes rendus sensibles par ces expériences, a desiré que la classe en fît le sujet d'un prix qui serait proposé à tous les savans de l'Europe. Cette nouvelle conception du génie bienfaisant qui anime et dirige les vues grandes et profondes de Sa Majesté pour le progrès et la propagation des lumières, sera reçue avec reconnaissance par tous les peuples qui honorent et cultivent les sciences.

La classe propose donc pour sujet de prix *de donner la théorie mathématique des vibrations des surfaces élastiques, et de la comparer à l'expérience.*

Le prix sera une médaille d'or de la valeur de 3000 francs; il sera décerné dans la séance publique du premier lundi de Janvier 1812.

Les ouvrages ne seront reçus que jusqu'au premier Octobre 1811, ce terme est de rigueur.

RAPPORT

Adopté par la Classe des Sciences mathématiques et physiques et par celle des Beaux-Arts, sur un nouvel instrument de musique de l'invention de M. Chladni, *dans les séances des* 19 *et* 24 *Décembre* 1808.

M. Chladni, correspondant de l'Académie de Pétersbourg et membre de plusieurs autres sociétés savantes, a présenté à la Classe des Sciences physiques et mathématiques, et à celle des Beaux-Arts, un instrument de musique, de son invention, qu'il appelle *Clavi-cylindre*, et un ouvrage contenant des recherches sur la théorie mathématique et physique du son. Il a fait entendre son instrument et expliqué les points principaux de sa théorie à une commission composée de membres pris dans les deux Classes, qui va d'abord donner son avis sur le premier objet, et qui fera ensuite un rapport particulier sur le second.

Le Clavi-cylindre est un instrument à touches, de même forme à peu près que le forte-piano, mais de dimensions plus petites. Sa longueur est de $0^m,80$, sa largeur de $0^m,50$, et son épaisseur de $0^m,18$. L'étendue de son clavier est de quatre octaves et demie, depuis l'*ut* le plus grave jusqu'au *fa* le plus aigu du clavecin. Lorsqu'on veut jouer de cet instrument, on fait tourner, au moyen d'une manivelle à pédale munie d'un petit volant, un cylindre de verre placé dans la caisse entre l'extrémité intérieure des touches et la planche de derrière de l'instrument. Ce cylindre, de même longueur que le clavier, lui est parallèle, et en abaissant les touches, on fait frotter contre sa surface les corps qui produisent les sons.

L'auteur fait un secret du mécanisme intérieur; les corps sonores sont cachés; le cylindre seul est visible; et il est à présumer que cette pièce elle-même serait cachée sans la nécessité où l'on est de la mouiller de tems en tems, lorsqu'on joue du Clavi-cylindre.

Nous ne pouvons donc rendre compte que de l'effet musical de l'instrument sur lequel M. Chladni, également habile dans la théorie et dans la pratique de la musique, nous a exécuté plusieurs morceaux que nous avons entendus avec le plus grand plaisir.

Cet instrument a, quant à la qualité et au timbre du son, beaucoup d'analogie avec l'harmonica, sans exciter, comme celui-ci, dans le système nerveux, un agacement et une irritation, très-sensibles dans quelques individus, et qui les mettent en état de souffrance.

Le Clavi-cylindre a encore sur l'harmonica, l'avantage d'une graduation d'intensité de sons mieux nuancée entre *les dessus* et les *basses :* il est même, à cet égard, supérieur au *bourdon,* celui des jeux de l'orgue de chambre auquel on pourrait le comparer.

Il était important de savoir si chacun des corps sonores renfermés dans la caisse produisait le son sans perte de tems aussitôt que sa touche était baissée. Plusieurs d'entre nous, pour s'en assurer, ont mis la main sur le clavier, et ont reconnu que le Clavi-cylindre ne laissait presque rien à desirer à cet égard.

M. Chladni assure que l'accord de l'instrument est inaltérable lorsque ses parties intérieures ont été, une fois pour toutes, ajustées et réglées. Nous n'avons pas de peine à le croire, tant d'après la confiance qu'il mérite, que d'après les conjectures plausibles qu'on peut faire sur la nature des corps sonores qu'il emploie. Il est d'ailleurs obligé d'accorder par *tempérament*, ses touches noires faisant, comme sur tous les instrumens à clavier, la double fonction des dièzes des inférieures et de bémols des supérieures.

Mais ce qui distingue et caractérise essentiellement le Clavi-cylindre, c'est la propriété précieuse qu'il a de donner des sons filés, qu'on peut, en pressant plus ou moins sur la touche, graduer à volonté et par les nuances les plus insensibles. Il possède, surtout, cette qualité à un degré éminent,

depuis le *medium* d'intensité jusqu'au *smorzando*. Les limites entre ce *medium* et le *maximum* du *rinforzando* ne sont pas très-étendues, vu que l'instrument a peu de force de son, et que si on veut conserver la beauté du timbre dans toute sa pureté, il ne faut pas presser trop fortement la touche ; ainsi pour l'employer, dans son état actuel à des effets d'orchestre, il faudrait, pour des salles spacieuses, en réunir plusieurs. Nous avons cependant lieu de croire que le Clavi-cylindre peut être perfectionné à cet égard, et même, qu'en augmentant l'intervalle du piano au forté, quant à l'intensité du son, on augmentera en même tems la différence entre la plus petite et la plus grande pression des touches, compatible avec la beauté de l'exécution.

Quoique nous ne connaissions pas, ainsi que nous en avons prévenu, le mécanisme intérieur du Clavi-cylindre, nous n'en sommes pas moins certains que ce mécanisme diffère essentiellement de ceux qu'on a adaptés à plusieurs autres instrumens à touches, montés, soit en cordes de métal, soit en cordes à boyaux, pour en obtenir des sons continus, en faisant frotter contre les cordes des espèces d'archets, des chaînes ou lacets sans fin, etc. L'un de nous a entendu à Paris, il y a environ 30 ans, une espèce de clavecin qu'on appelait *aéroclavicorde*, dont on faisait résonner les cordes de métal, en dirigeant sur elles des courans ou filets d'air auxquels on donnait une vive impulsion avec de très-forts soufflets. Les sons étaient d'une grande beauté ; mais cet instrument, qui diffère totalement d'ailleurs de celui de M. Chladni, n'offrait aucune ressource pour le rinforzando et le smorzando. Il avait aussi le grand inconvénient de la lenteur dans la production du son, qui ne se faisait entendre qu'au bout d'un tems sensible après l'abaissement de la touche.

Le Clavi-cylindre, exempt de ce défaut, peut rendre des successions rapides de sons, le trill, et se prêter à l'exécution de l'allégro. Mais pour lui faire produire tout l'effet dont

il est capable, il faut surtout l'appliquer aux morceaux d'un caractère tendre, mélancolique et même triste. M. Chladni nous en a exécuté plusieurs de ces divers genres, qui ont sur son instrument une expression vraiment ravissante, et qui nous ont fait concevoir tout le parti qu'un musicien habile peut en tirer, pour exprimer avec vérité et énergie le sentiment qui l'anime. Les successions d'accords, les tenues d'harmonie, froides sur l'orgue, et sèches sur le clavecin, prennent sur le Clavi-cylindre de la vie, de la couleur, et offrent au compositeur des moyens de varier et d'enrichir ses tableaux.

Le projet qu'a M. Chladni de faire bientôt entendre son instrument au public, nous dispense d'entrer dans de plus grands détails. Son invention nous paraît ajouter de nouvelles ressources à celles que possède l'art musical, et mériter l'approbation des deux Classes auxquelles il l'a présenté.

Signé PRONY, *rapporteur;*

LACÉPÈDE, HAÜY, *membres de la Classe des Sciences physiques et mathématiques;*

GRÉTRY, GOSSEC, MÉHUL, *membres de la Classe des Beaux-Arts;*

JOACHIM LEBRETON, *secrétaire perpétuel de ladite Classe.*

Les conclusions du présent Rapport ont été adoptées par la Classe des Sciences physiques et mathématiques et par la Classe des Beaux-Arts.

Certifié conforme à l'original.

Le secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques, signé DELAMBRE.

RAPPORT,

Adopté par la Classe des Sciences mathématiques et physiques et par celle des Beaux-Arts, dans les séances du 13 février et du 18 mars 1809, sur l'ouvrage de M. Chladni, *relatif à la théorie du son.*

LES Classes des Sciences et des Beaux-Arts ont entendu, les 19 et 24 décembre dernier, un rapport sur un nouvel instrument de musique de l'invention de M. Chladni, qui devoit être suivi d'un autre rapport sur des recherches présentées à ces deux Classes par le même auteur, et relatives à la théorie du son. La commission mixte va leur présenter les résultats de l'examen qu'elle a fait de ces recherches.

M. Chladni, qui a consacré à des expériences sur les corps sonores un temps considérable employé fort utilement pour les progrès de la science, avait publié dès 1787 un mémoire contenant des déconvertes intéressantes sur la théorie physique du son. Une partie de ce mémoire traitait des vibrations des verges, tant rectilignes que courbes, et des sons qu'on en obtient. L'autre partie, qui a intéressé particulièrement les physiciens, renfermait des faits nouveaux et très-curieux sur les vibrations des surfaces élastiques. Notre confrère, M. Haüy, après en avoir eu connaissance, a répété devant les membres de la Société philomathique plusieurs expériences au moyen desquelles M. Chladni rend sensible à l'œil la division d'une surface vibrante en plusieurs *nappes* partielles ayant chacune leurs oscillations distinctes, qui correspondent à celles des *ondes* de la corde sonore, *nappes* séparées les unes des autres par des courbes d'équilibre qui représentent les *nœuds* ou *points stationnaires* de la même corde; les *ondes* et les *nœuds* de la corde sonore, dont il s'agit ici, ont été découverts ou du moins rendus très-sensibles, il y a plus d'un siècle, par Sauveur.

L'auteur promettait à la fin de son ouvrage des détails plus étendus sur la matière qui en faisait l'objet, et il a accompli sa promesse, en publiant un second Traité sur cette même matière qui renferme tout ce qu'il y a d'important dans le premier, avec des additions considérables. Ce Traité, publié en 1802, est écrit en allemand, et M. Chladni, qui se propose d'en faire une traduction française pendant son séjour à Paris, a voulu, avant de la rendre publique, la soumettre au jugement de l'Institut.

L'ouvrage, sous le titre d'*Acoustique*, est divisé en quatre parties, qui traitent respectivement: 1° des rapports numériques des vibrations des corps sonores; 2° des lois des phénomènes qu'elles offrent; 3° des lois de la propagation du son; 4° de la partie physiologique de l'acoustique, où l'auteur examine ce qui concerne la sensation du son et l'organe de l'ouïe dans les hommes et les animaux.

La première partie, celle où il est question des rapports numériques des vibrations des corps sonores, ne contient en général que des choses connues. L'auteur propose, ainsi que l'avait fait Sauveur en 1713, de régler les tons du clavier, relativement au nombre absolu des vibrations, de manière que le premier *ut* fasse un nombre de vibrations égal à 128 ou à la septième puissance de 2, au moyen de quoi les différentes octaves de ce son fondamental répondront aussi à des puissances entières du même nombre 2. On connaît le procédé ingénieux imaginé par Sauveur pour déterminer ce nombre absolu de vibrations donné par un des tons de l'échelle musicale (1); M. Chladni en emploie un autre qui

(1) Lorsque deux tuyaux d'orgue qui approchent de l'unisson résonnent ensemble, il y a certains instans où le son commun qu'ils rendent est plus fort, et ces instans semblent revenir à des intervalles de tems égaux. Sauveur a imaginé, avec beaucoup de vraisemblance, que ces renflemens de sons appelés *battemens* par les organistes, avaient lieu lorsque les vibrations, après un certain tems de non-coïncidence s'accordaient à frapper l'oreille d'un

consiste à faire vibrer une bande de métal fixée par une de ses extrémités, et assez longue pour qu'on puisse compter les oscillations ou vibrations qu'elle fait pendant un temps déterminé. Leur nombre sera à celui des vibrations d'une autre lame qui auraient lieu dans le même tems et les mêmes circonstances, en raison inverse des carrés des longueurs des lames.

---

même coup. D'après cet aperçu ingénieux, connaissant l'*intervalle* entre les tons des tuyaux (d'où on déduit le rapport entre les nombres de leurs vibrations) et le tems qui s'écoule entre deux *battemens*, les nombres absolus des vibrations des tuyaux pendant ce tems sont respectivement les termes du rapport entre les nombres des vibrations, ce rapport étant réduit à sa plus simple expression.

Sauveur a ainsi trouvé qu'un tuyau d'orgue de 5 pieds, ouvert, donnait 102 pulsations par seconde. Ce tuyau est à l'unisson du *la* compris dans la gamme ascendante de l'*ut* le plus grave du clavecin, et on en conclut que l'*ut* au-dessous de ce *la*, c'est-à-dire l'*ut* le plus grave du clavecin, doit donner 61 pulsations par seconde.

Ces expériences étaient faites en 1700 : douze ans après, Sauveur compara leurs résultats avec des formules qu'il avait déduites de la théorie des centres d'oscillations, et qui exprimaient la relation entre les tems et les nombres de vibrations des cordes, lorsqu'on avait d'ailleurs les données nécessaires. Il fut surpris de trouver par ces formules un nombre de vibrations double de celui qu'il avait déduit des expériences ; mais il remarqua bien vîte qu'on doit distinguer, quant à l'effet sur l'oreille, des oscillations du prisme d'air renfermé dans un tuyau, celles qui produisent des *battemens* sensibles, de celles qui semblent fuir l'oreille et ne donnent que des battemens insensibles. Il vit d'après cette remarque, que dans ses expériences sur les tuyaux il avait compté l'*allée* et le *retour* pour une seule vibration, au lieu que dans les calculs relatifs aux cordes, l'*allée* était prise pour une vibration et le *retour* pour une autre, comme lorsqu'il s'agit des oscillations du pendule.

Sauveur s'est déterminé à prendre les vibrations telles que les tuyaux les lui donnaient, c'est-à-dire à compter une *allée* et un *retour* pour une seule vibration, qu'il appelle *vibration acoustique* ; et comme 61, nombre des vibrations acoustiques par seconde de l'*ut* le plus grave du clavecin, diffère peu de 64 qui est la sixième puissance de 2, il a assigné à cet *ut*, en le haussant tant soit peu, le nombre 64 qui équivaut au nombre 128 adopté par M. Chladni, en comptant chaque *vibration acoustique* pour deux vibrations ordinaires. (*Note du rapporteur.*)

M. Chladni traite aussi dans cette première partie, des *tempéramens* proposés par différentes personnes. Il donne la préférence à celui qu'avait adopté Rameau, et qui rend les 12 semi-tons renfermés dans la limite d'une octave, parfaitement égaux entre eux, en les faisant répondre à 12 moyennes géométriques prises entre les termes extrêmes. Quelques musiciens ont trouvé que ce tempérament contentait plus l'esprit que l'oreille. Les tierces un peu trop fortes y sont, dans leur opinion, sacrifiées aux quintes moins altérées, quoique susceptibles d'une altération plus supportable; mais ce n'est pas ici le lieu d'examiner cette question.

La seconde partie, qui traite des lois des phénomènes qu'offrent les vibrations des corps, est celle où on trouve, avec les choses anciennement connues sur cette matière, les nouvelles découvertes de l'auteur qui rendent cette partie de son ouvrage on ne peut pas plus originale et curieuse, et digne de l'intérêt et de l'attention des physiciens et des géomètres. Il examine d'abord les vibrations des cordes et des verges, et en distingue trois sortes: savoir, les *transversales*, les *longitudinales*, et celles qu'il appelle *tournantes*. Les premières sont celles qui ont lieu lorsqu'on touche une corde ou une verge dans une direction perpendiculaire à sa longueur. Elles se rapportent aux phénomènes qui, dans le siècle dernier, ont été soumis à l'analyse par quelques géomètres, l'un desquels est membre de cette Classe.

Mais une verge qui frappée de cette manière rend un certain son, en fera entendre un tout différent, si on la frotte, dans le sens de sa longueur, avec un morceau de drap qu'il faut mouiller pour le verre, tenir sec pour les autres corps; et voilà déjà une classe importante de phénomènes dont il paraît que M. Chladni s'est occupé le premier. Il a trouvé que ces vibrations qu'il appelle *longitudinales*, étaient, dans une verge solide, soumise aux mêmes lois que les vibrations longitudinales de l'air dans un tuyau d'orgue,

et a donné une table des vîtesses de ces vibrations pour différentes matières, telles que le verre, les métaux et le bois.

Des sons encore différens de ceux produits dans les deux circonstances précédentes, sont obtenus lorsqu'on frotte une verge dans une direction très-oblique sur son axe. M. Chladni donne l'épithète de *tournantes* aux vibrations résultantes de cette espèce de frottement, parce qu'il suppose que les molécules du corps prennent un mouvement de rotation ou d'oscillation autour de son axe longitudinal. Il dit avoir reconnu que dans ces vibrations, les rapports numériques étaient les mêmes que ceux des vibrations longitudinales, mais que les tons de chaque verge s'abaissaient d'une quinte. Il ne paraît pas que d'autres aient fait ces expériences avant lui.

Chaque série des recherches dont nous venons de parler, a été faite sur des verges soit fixées, soit simplement appuyées par un ou par deux bouts, soit fixées par un bout et appuyées par l'autre, soit enfin ayant les deux bouts libres. Chacune de ces circonstances offre des résultats particuliers. M. Chladni a aussi examiné les vibrations des verges courbées, des fourches et celles des anneaux. Euler a voulu appliquer cette dernière espèce de vibration aux phénomènes des sons des cloches, mais M. Chladni trouve avec raison, que ses hypothèses ne sont pas conformes à la nature.

Les deux dernières sections de cette seconde partie sont consacrées aux vibrations des plaques et des cloches, ou, en général, des surfaces planes et courbes, sujet absolument neuf en physique expérimentale, et qui, malgré la régularité frappante et remarquable des phénomènes, a résisté aux efforts des habiles géomètres qui ont voulu le traiter.

M. Chladni a déterminé les places qu'occupent, dans l'échelle musicale, les sons qu'on peut tirer des plaques en leur donnant différentes formes, et en les faisant sonner de différentes manières. Mais l'intérêt que ces recherches ins-

pirent augmente singulièrement, lorsqu'on les combine avec celles qui ont pour objet la détermination des portions de surface de chaque plaque qui ont des vibrations distinctes et coexistantes, et des courbes remarquables qui leur servent de périmètre. M. Chladni a imaginé un moyen aussi simple qu'ingénieux pour rendre ces courbes sensibles aux yeux. Il couvre de poussière la plaque qu'il veut faire résonner, et dès que le son se produit, la poussière abandonne toutes les parties oscillantes du corps, pour se réfugier et rester stationnaire sur leurs limites où se trouvent les axes courbes d'équilibre qui affectent des formes très-variées, mais parfaitement régulières.

Il faut, pour faire l'expérience, saisir la plaque avec deux doigts dont les extrémités la serrent en deux points opposés de ses faces, et la frotter avec un archet à un point de son périmètre. On applique quelquefois un troisième doigt à différens points d'une des faces, pour varier les résultats des expériences. On peut, au lieu de tenir la plaque entre les doigts, poser une de ses faces sur une pointe fixe, et faire appuyer contre l'autre face une seconde pointe placée exactement vis-à-vis de la première. C'est ainsi que M. Paradisi, de Milan, a fait ses expériences dont nous parlerons bientôt.

Le point d'appui appartient toujours à une des courbes d'équilibre, leurs formes et la disposition de leur système dépendent de la forme de la plaque, de la position de son point d'appui, de la position du point où on applique l'archet, et enfin de celui des différens sons qu'on veut obtenir en faisant frotter l'archet de différentes manières sur un même point. Dès qu'une ou plusieurs de ces circonstances changent, les formes des courbes et la disposition de leur système changent aussi.

Nous ne pouvons pas nous dispenser, en rapportant des phénomènes aussi curieux, de parler d'un mémoire contenant des recherches propres à établir entr'eux de l'ensemble et de la liaison, et qui est inséré dans le premier volume de

la collection de l'Institut des sciences du royaume d'Italie, sous le titre de *Ricerche sopra la vibrazione delle lamine elastiche*.

L'auteur de ce mémoire est M. Paradisi, membre de l'Institut et conseiller d'état, directeur général des travaux publics du royaume d'Italie. Il dit dans une note, qu'il a entrepris son travail d'après la lecture d'un passage de la *Bibliothèque britannique*, où il est question des expériences de M. Chladni et de sa manière de rendre visibles les courbes d'équilibre, en répandant de la poussière sur les plaques. Muni d'un appareil au moyen duquel il pouvait, sans le secours de la main, retenir les plaques à des points fixes situés arbitrairement sur leurs surfaces, il a d'abord reconnu que les courbes d'équilibre ne parvenaient à des formes constantes, qu'après une succession graduelle et continue de formes variables, dont la génération, qu'il a examinée avec soin, l'a conduit à des conséquences nouvelles sur la théorie de ces courbes.

Ainsi, par exemple, donnant à une plaque de verre la forme d'un parallélogramme rectangle de 9 pouces de longueur sur 3 de largeur, si on la retient sur son grand axe, au sixième de la distance entre les deux extrémités de cet axe, et qu'on applique l'archet contre un des grands côtés du parallélogramme, au tiers de la distance entre les extrémités de ce côté, les lignes de poussière parvenues à un état fixe, divisent la surface de la plaque en huit carrés égaux, par une droite dirigée dans le sens du grand axe, et trois droites équidistantes parallèles aux petits côtés. C'est là première des expériences de M. Paradisi; mais il a reconnu qu'en faisant vibrer la plaque par de très-petits coups d'archet successifs, on obtenait d'abord 8 demi-cercles ayant leurs centres et leurs diamètres placés symétriquement sur les grands côtés du parallélogramme, et le point d'application de l'archet était un de ces centres. Ces cercles augmentant graduellement, ceux qui s'appuient sur un même côté, de séparés qu'ils

qu'ils étaient d'abord deviennent tangens, se pénètrent ensuite en laissant entr'eux des traces rectilignes perpendiculaires aux grands côtés, et à mesure que ces traces augmentent de longueur, les arcs s'aplatissent en s'approchant du grand axe parallélogramme avec lequel ils finissent par se confondre.

Dans d'autres expériences, M. Paradisi a obtenu des cercles entiers initiaux formés sur la surface de la plaque, et des demi-cercles appuyés sur les grands et les petits côtés du parallélogramme. La vîtesse des grains de poussière placés sur les périmètres diminuait à mesure que les rayons augmentaient.

Il nomme *centre de vibration*, le centre du cercle qui se forme autour du point d'application de l'archet, et *centres secondaires*, ceux des autres cercles placés sur la plaque. Supposant ensuite que lorsque le système des courbes est parvenu à un état fixe, un élément quelconque d'une de ces courbes est dirigé suivant la résultante de plusieurs forces, dont les actions émanent de ces divers centres de vibrations, et sont fonctions de leurs distances à l'élément de courbe dont il s'agit, il parvient à une équation différentielle entre les coordonnées de cet élément, dont l'intégration exigerait qu'on connût la forme des fonctions qui représentent les lois des actions des forces. Il annonce pour un autre mémoire des recherches sur cet objet.

Il faut voir dans le mémoire de M. Paradisi le détail de ses autres expériences parmi lesquelles on en distingue d'intéressantes sur les changemens des positions du point d'appui et du point d'application de l'archet, qui n'en produisent aucun dans les formes et la disposition du système des courbes.

M. Chladni termine sa seconde partie par des considérations sur les vibrations des cloches et des surfaces courbes

en général et sur la coexistence des vibrations dans les corps sonores. Il parle de la théorie et des hypothèses d'Euler sur le son des cloches, du système de la base fondamentale de Rameau, du système musical de Tartini, appuyé sur des expériences qui, selon M. Chladni, étaient connues en Allemagne long-tems avant que Tartini en eût fait usage, et qu'on peut regarder comme inverses de celles de Rameau; enfin il traite de la combinaison qui a lieu dans certaines circonstances du mouvement vibratoire, avec d'autres espèces du mouvement.

Dans la troisième partie qui a pour objet la propagation du son, l'auteur considère d'abord cette propagation comme opérée par l'air et les différens fluides aériformes, et il examine ensuite les cas où elle a lieu par l'intermède des corps liquides et solides. On remarquera dans cette partie de l'ouvrage des expériences sur les vibrations de diverses espèces de gaz que l'auteur a faites avec M. le professeur Jacquin, à Vienne, des conjectures sur la cause de la différence entre la vîtesse théorique et la vîtesse observée de la propagation du son par l'air, etc., des recherches sur la transmission du son par les corps solides, etc., etc.

Nous croyons pouvoir nous dispenser de donner une analyse détaillée de son travail sur des matières déjà enrichies par les recherches des physiciens et des géomètres, et nous nous contenterons d'avoir indiqué le sujet de la quatrième partie qui traite de l'Acoustique, sous le point de vue qui intéresse la Physiologie, et qui doit être jugée par les anatomistes.

Les découvertes dont M. Chladni a enrichi la physique du son, nous paraissent réunir au mérite d'être on ne peut pas plus curieuses et intéressantes, l'avantage de présenter aux physiciens et aux géomètres des phénomènes importans et nouveaux qui doivent singulièrement exciter leur curiosité et leur émulation, pour en trouver les explications et en dé-

terminer les lois ; cette carrière ouverte aux recherches des savans, ne sera pas la moindre obligation qu'ils auront à l'auteur de la nouvelle Acoustique. Il est assez remarquable qu'une branche des sciences naturelles où l'on a encore des problèmes si beaux mais si difficiles à traiter, soit la première où l'histoire de l'esprit humain cite des vérités saillantes, et, ce qui est digne d'attention, fondées sur une application rigoureuse du calcul à l'observation. Tout le monde sait que la découverte des rapports entre les vibrations des corps sonores qui rendent différens sons, attribuée à Pythagore, date de la plus haute antiquité. Ces rapports, pour le dire en passant, ont, dès ces premiers âges, servi de base à la fixation d'un système musical que des savans distingués regardent comme ayant été commun aux Grecs, aux Egyptiens, aux Chinois, etc. Une des propriétés principales de ce système dont tous les sons étaient engendrés par la *progression triple*, donnant une série des quintes, était de n'avoir qu'une espèce de ton et qu'une espèce de demi-ton, et de produire un *appel* ou *attraction* énergique entre les sons procédans par ce dernier intervalle. On a cru trouver dans ce système la vraie génération de la mélodie naturelle à l'homme quand il chante, ou joue d'un instrument à *sons libres*, sans accompagnement ; mais on a objecté à ceux qui voulaient le lier à notre système harmonique, que les tierces qu'il donnait, regardées comme dissonantes par les anciens, ne pouvaient être admises dans l'harmonie, étant sensiblement plus fortes que celles qui sont données par la résonnance du corps sonore, et qu'Aristoxène et Ptolémée avaient déjà introduites dans le système des anciens, en modifiant celui de Pythagore. De cette discussion sont nés des doutes sur l'unité de principe de notre système musical.

Les théorèmes sur les rapports des vibrations des corps sonores ont été, jusqu'à Newton, les seules vérités bien constatées sur cette partie de la Physique. Depuis l'impulsion

donnée aux sciences physico-mathématiques par ce génie immortel, plusieurs géomètres du premier ordre se sont occupés des problèmes relatifs au son; mais la solution générale et complète du moins difficile de ces problèmes, de celui où il s'agit d'un simple fil tendu entre deux points fixes, échappait à toutes les ressources du calcul intégral, à une époque où ce calcul était déjà enrichi des brillantes découvertes des Newton, des Leibnitz, des Bernoulli, d'Euler et de d'Alembert eux-mêmes, et on ne pouvait obtenir par leur moyen que des solutions particulières. La solution générale fut cependant donnée d'abord par d'Alembert et bientôt après par Euler; mais il fallut pour y arriver, employer une nouvelle méthode d'analyse, qui est maintenant un des grands instrumens des géomètres dans l'application du calcul aux phénomènes de la nature, et doit faire tenir à la Physique du son, qui a été l'objet d'une de ses premières applications, un rang distingué dans les annales de l'esprit humain (1).

D'Alembert et Euler ont eu ensemble d'assez longues disputes sur leurs solutions respectives, et le second a eu sur son antagoniste, l'avantage de mieux sentir que lui toute l'étendue de la signification *des fonctions arbitraires* qui complètent les intégrales des équations en différences partielles. (2)

---

(1) Avant l'intégration de l'équation de la corde vibrante, Euler et d'Alembert avaient intégré des équations en *différences partielles*; le premier, dans un mémoire publié parmi ceux de l'Académie de Pétersbourg, année 1734: le second dans son *Traité de la cause des vents*.

(2) M. de Laplace a démontré *la discontinuité de ces fonctions arbitraires*, dans son Mémoire *sur les fonctions génératrices*, Académie des Sciences, année 1779.

M. Monge a rendu cette discontinuité très-sensible et pour ainsi dire évidente par des considérations géométriques. Les opinions des géomètres sur cette question d'analyse sont exposées avec détail dans un mémoire de feu M. Arbogast, *sur la nature des fonctions arbitraires*, etc., qui

Les explications détaillées que notre confrère M. de Lagrange a données sur tout ce qui a rapport au problème de la corde vibrante dans deux fort beaux mémoires publiés parmi ceux de l'Académie de Turin, ne laissent absolument rien à desirer.

Les problèmes relatifs à la propagation du son ont aussi été le sujet des recherches de plusieurs savans d'un très-grand mérite parmi lesquels nous nous plaisons à rappeler à la classe un jeune géomètre dont elle a récompensé, par son suffrage, les découvertes faites à un âge où communément on s'estime fort heureux de pouvoir comprendre et apprécier les découvertes des autres. Ces problèmes sur la propagation du son ont même sur ceux qui concernent les cordes vi-

---

a remporté le prix proposé en 1787 à l'Académie de Pétersbourg où ce mémoire a été imprimé en 1791.

Nota. *Le surplus de cette note a été communiqué au rapporteur par un des membres de la Classe.*

Le Mémoire *sur la nature et la propagation du son*, inséré dans le premier volume de la Société de Turin, qui a paru en 1759, contient la première démonstration rigoureuse de la discontinuité des fonctions arbitraires, qui était alors l'objet de la dispute entre Euler et d'Alembert, par l'application singulière qu'on y fait de la solution du problème des oscillations d'un fil tendu chargé d'un nombre quelconque de poids, au cas où le nombre des poids devient infini, le fil ou la corde ayant une épaisseur uniforme, et par la manière dont on parvient à la même construction qui résulte de la considération des fonctions discontinues. Ce mémoire contient aussi la première théorie rigoureuse et générale des oscillations de l'air dans les flûtes ouvertes et fermées, et de la propagation du son et des échos dans une ligne physique d'air; matière qu'Euler a ensuite traitée et épuisée dans les mémoires de Berlin et de Pétersbourg. M. Poisson a cherché à étendre la théorie au cas des trois dimensions.

L'équation donnée par M. Biot, dans le quatrième volume de nos Mémoires, pour les surfaces vibrantes, n'est que l'équation des surfaces vibrantes tendues comme les tambours et timbales, et nullement celle des surfaces vibrantes élastiques. Celle-ci n'a pas encore été donnée, et paraît sujette à quelques difficultés.

brantes ; l'avantage d'avoir été traités avec la considération de deux et trois dimensions de l'espace.

Cependant Euler voulant étendre les applications, au mouvement vibratoire des corps sonores, de la méthode d'analyse qui lui avait si bien réussi pour la corde vibrante, et sur laquelle il a le premier donné un traité *ex professo* (troisième volume de son *Calcul intégral*), publia dans le tome X, année 1764, des nouveaux Commentaires de l'Académie de Pétersbourg, deux mémoires, l'un sur le mouvement vibratoire des timbales, et l'autre sur le son des cloches; mais la Physique n'a pas retiré de fruit de ce travail où brille la profonde science analytique de l'auteur. Notre confrère M. Biot et M. Brisson, ingénieur des ponts et chaussées, ont repris dans le quatrième volume de nos Mémoires la question des mouvemens des surfaces vibrantes planes, en ne considérant l'élasticité que dans le sens du plan. Cette manière d'envisager la question (expliquée plus en détail dans le programme ci-dessus, page 356) la particularise, et les résultats analytiques auxquels on parvient ne sont pas applicables aux problèmes que comportent les expériences de M. Chladni. D'ailleurs l'objet principal de M. Biot était de donner un exemple de ses méthodes pour employer, dans la résolution des problèmes, les intégrales générales en termes infinis des équations différentielles partielles, lorsque ces intégrales ne peuvent pas être exprimées autrement; et d'après ce but purement analytique il n'a pas donné une attention spéciale à la partie physique de la question et aux phénomènes trouvés par M. Chladni, qui étaient connus à l'époque où il a publié son mémoire.

Le mémoire d'Euler, *De sono Campanarum*, donne lieu à des observations de même espèce. (*Voyez* le Programme cité ci-dessus, page 356).

Il faut avouer que le problème du mouvement vibratoire des corps sonores mérite d'autant plus d'être attaqué par les géomètres avec des efforts tout nouveaux, que bien loin d'être

résolu lorsqu'on le considère avec deux dimensions, il offre encore beaucoup de difficultés même dans le *cas linéaire*, lorsqu'on ajoute quelque condition à son énoncé primitif, celle par exemple de supposer que la corde est de grosseur variable, et l'augmentation des difficultés du cas de deux dimensions se conçoit facilement, quand on considère que ce cas reproduit une infinité de fois le nombre déjà infini des circonstances qui compliquent le *cas linéaire*.

Nous pensons, d'après les détails dans lesquels nous venons d'entrer, que les deux classes doivent des éloges distingués aux découvertes de M. Chladni, relatives à la Physique du son, et qu'il serait important de diriger l'attention et l'émulation des savans sur les recherches physico-mathématiques auxquelles ces découvertes peuvent donner lieu.

Signé à la minute, DE LACÉPÈDE, HAUY, MÉHUL, GOSSEC, GRÉTRY, LE BRETON, DE PRONY, rapporteur.

Ce rapport et ses conclusions ont été adoptés par la Classe des sciences mathématiques et physiques et par la Classe des beaux-arts.

Certifié conforme à l'original :

Le Secrétaire perpétuel pour les sciences mathématiques.

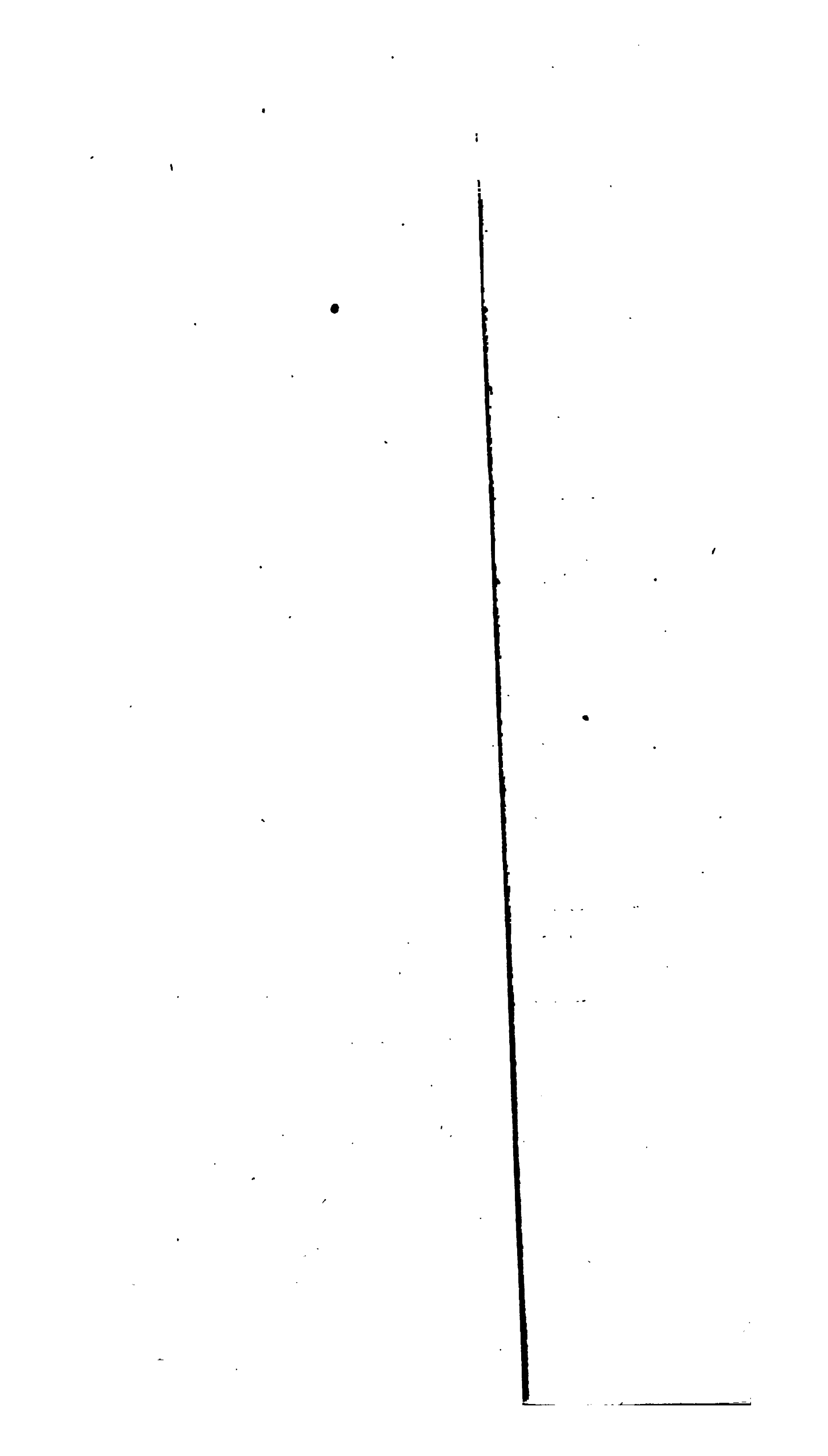
Signé DELAMBRE.

Le Secrétaire perpétuel de la Classe des beaux-arts.

Signé Joachim LE BRETON.

1ère

B



Pl. 2

21

23

25

27

29. a

43

p q n m a b g

29. b

32. a

44

32. b

35. a

35. b

38

b n f m k

p q h g

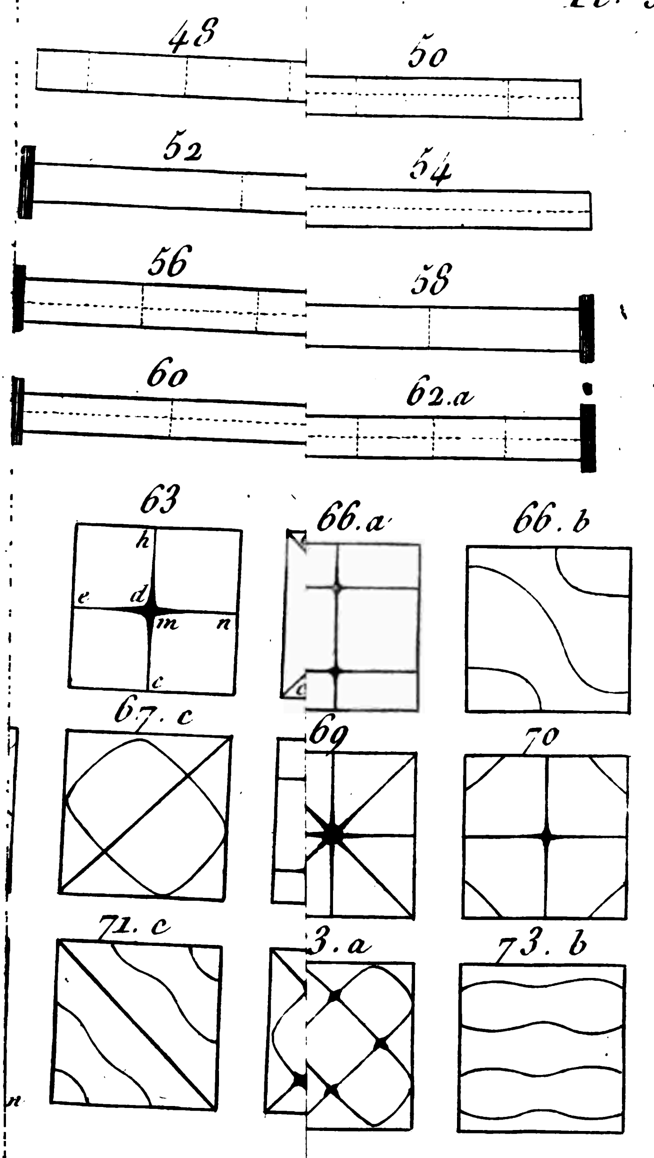
39

p c m d f z h n q t

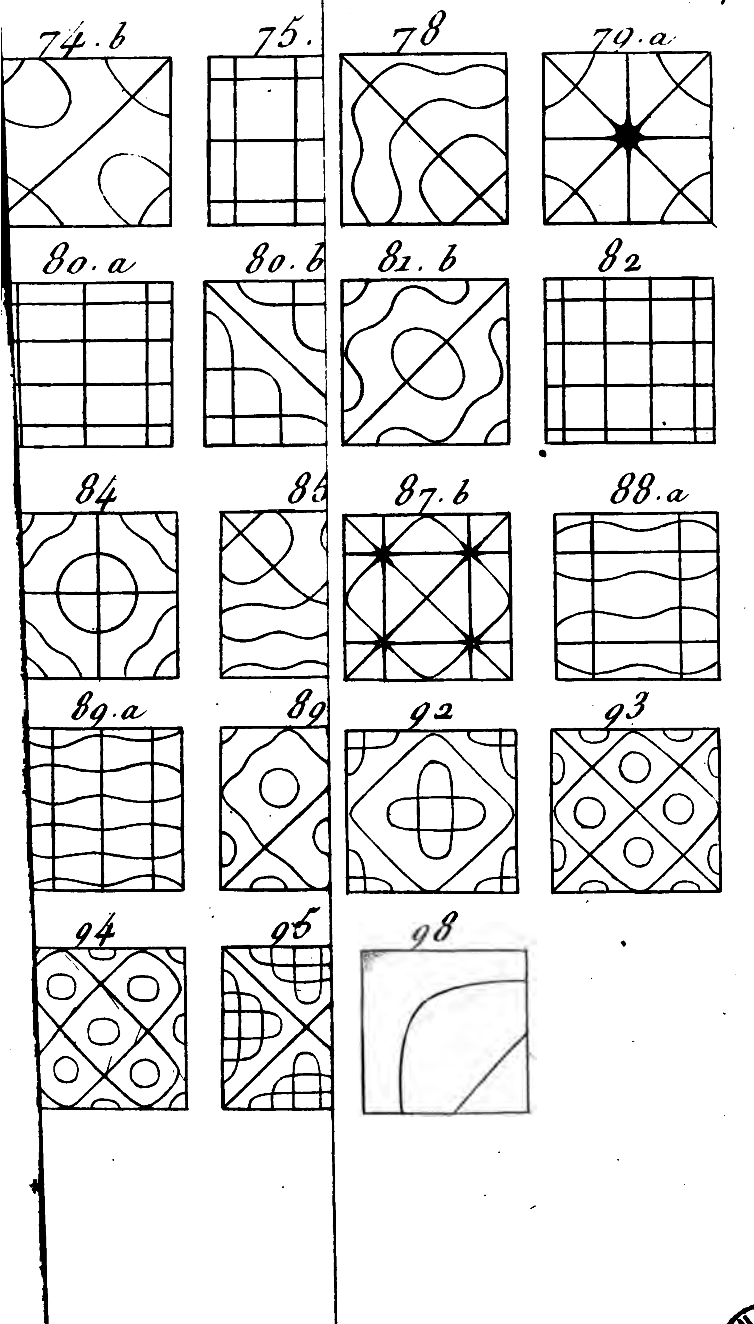
b c d e

a b c

Pl. 3.



Pl. 4.




UNIV.

129 133 134

137 141 142

145 149 150

153

163. a b c

d e 160 161 162

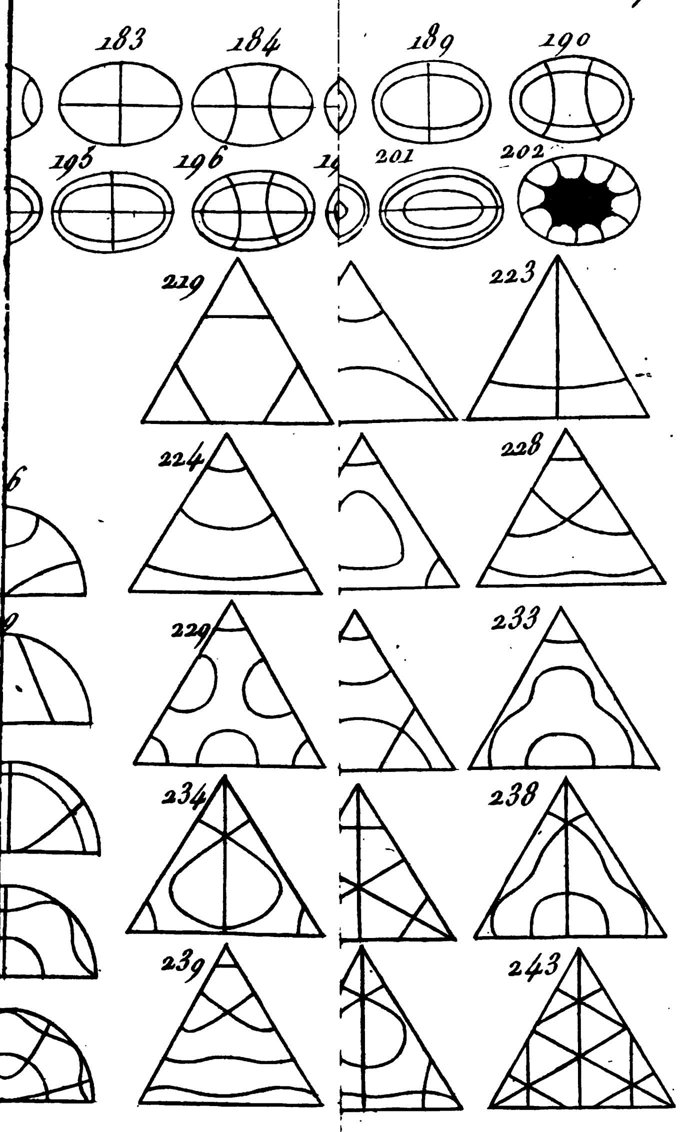
165. a c 169. a b c

171. a 173. a b c

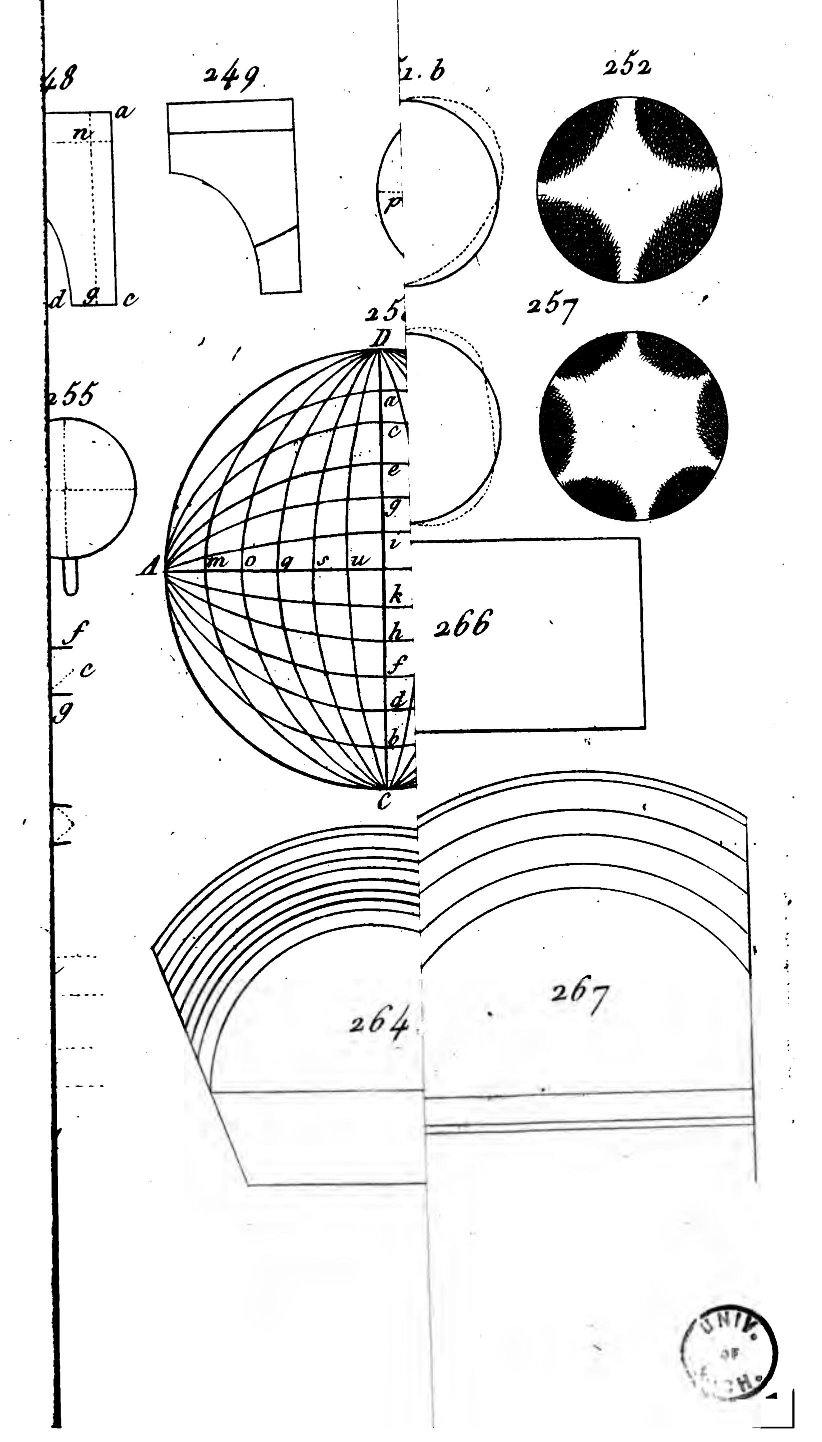
175. a 177. a b c



Pl. 7.


183
184
189
190
195
196
201
202
219
223
224
228
229
233
234
238
239
243

Pl. 8.



48
249
1. b
252
a
n
d
g
c
p
25
257
D
255
a
c
e
g
i
A
m
o
q
s
u
k
h
f
d
b
C
f
c
g
266
264
267